

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

P a u l P R O I S Y

Ingenieur diplômé de l'École Supérieure d'Optique

Astronome à l'Observatoire de Lyon

1^{re} THÈSE : Rayonnement d'une atmosphère formée de couches sphériques concentriques d'épaisseur quelconque ; Application au cas de l'atmosphère solaire.

2^{me} THÈSE : Étude du spectre de l'ammoniac, d'après les observations faites au laboratoire et l'étude des spectres de comètes.

Thèses soutenues le 12 Décembre 1953 devant la Commission d'Examen composée de :

MM. G. DEJARDIN, Président

J. JANIN }
J. DUFAY } Examineurs

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN

GAP

THESES

présentées à la

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE LYON,

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES,

par

Paul PROISY

Ingénieur diplômé de l'Ecole Supérieure d'Optique,
Astronome à l'Observatoire de Lyon.

1^{ère} THESE : Rayonnement d'une atmosphère formée de couches sphériques concentriques d'épaisseur quelconque; Application au cas de l'atmosphère solaire.

2^{ème} THESE : Etude du spectre de l'ammoniac, d'après les observations faites au laboratoire et l'étude des spectres de comètes.

Thèses soutenues le 12 Décembre 1953 devant la Commission d'Examen composée de :

MM. G. DEJARDIN, Président,

J. JANIN }
J. DUFAY } Examineurs.

UNIVERSITE DE LYON - FACULTE DES SCIENCES.

DOYEN HONORAIRE:

M. LONGCHAMBON, O.H., CrG., Médaille de la Résistance, O.I., +.

PROFESSEURS HONORAIRES

MM. VESSIOT, C.H., O.I., Membre de l'Institut

DULAC, O.H., O.I.

VANEY, H., O.I., +.

MEUNIER L., O.H., O.I.

MM. SIRE, H., O.I., +.

FROMAGEOT, O.I.

LOCQUIN, E., O.I., Correspondant de l'Institut

DE LARAMBERGUE, O.A.

DOYEN

M. DOUIN, O.H., CrG., O.I.

ASSESEUR

M. EYRAUD, H., O.I.

PROFESSEURS

MM. LONGCHAMBON, O.H., CrG., Méd. Rés., O.I.,
+, Minéralogie

DOUIN, O.H., CrG., O.I., Botanique

DEJARDIN, O.H., O.I., Physique générale

SOLLAUD, H., O.I., Zoologie.

THIBAUD, O.I., Physique atomique.

EYRAUD, H., O.I., Calcul différentiel
et intégral

THORAL, O.I., Géologie.

DOEUVRE, O.I., Chimie organique

CORDIER, H. O.I., Chev. Mér. Agr., +,
Physiologie.

MM. PRETTE, H., O.I., Chimie Industrielle.

KUENER, O.I., Botanique.

COURTY, O.A., Chimie-Physique.

MALECOT, O.I., Mécanique rationnelle.

PARIS, Chimie minérale.

ADMERAS, O.I., Chimie.

BERNARD, O.A., Physique.

VIRET, H., O.I., Géologie.

COLONGE, O.A., Chimie.

MEUNIER P., O.I., Chimie biologique.

JANIN, O.A., Physique.

MAITRE DE CONFERENCES HONORAIRE

M. MOURIER DES GAYETS, O.I., Chevalier du Mérite agricole.

MAITRES DE CONFERENCES

MM. MOUSSA, Physique.

NIGON, Zoologie.

Mme. CHAIX, O.A. Physiologie.

M. MENTZER, Chimie biologique.

MM. WAUTIER, Zoologie.

BRACONNIER, Mathématiques.

CUEILLERON, Chimie.

SCHNELL, Botanique.

CHARGES DE COURS COMPLEMENTAIRES

MM. DUFAY, H., O.I., Astronomie et Physique
Supérieure.

PIERRON, O.A., Chimie.

GARRIGUES, O.I., Botanique.

Mme FIASSON, Zoologie.

MM. GAUTHIER H., Géologie.

MESNARD, Physique.

PENNANEAC'H, Mathématiques.

MM. GAUTHIER J., Chimie.

STRIEFLING, Météorologie.

PELLETIER, Géologie.

MAZENOT, Géologie.

MURET, Botanique.

FIASSON, Zoologie.

TRANCHAT, Physique.

SECRETAIRE

M. ROUX, O.I.



RAYONNEMENT D'UNE ATMOSPHERE FORMÉE DE COUCHES
SPHÉRIQUES CONCENTRIQUES D'ÉPAISSEUR QUELCONQUE,
APPLICATION AU CAS DE L'ATMOSPHERE SOLAIRE
par Paul PROISY.

SOMMAIRE - Après avoir rappelé comment se présentait le problème du rayonnement d'une atmosphère gazeuse, nous indiquons comment on obtient une expression générale de la loi d'assombrissement à la surface d'une atmosphère formée de couches sphériques quelle que soit son épaisseur, expression valable jusqu'au bord du disque stellaire sans restriction. Les coefficients de cette loi ne dépendent que des variations des coefficients d'émission et d'absorption avec la profondeur, nous tirons des relations entre les coefficients de leurs expressions et ceux de la loi d'assombrissement. Les résultats sont appliqués au cas du soleil, et nous comparons la loi obtenue aux expressions classiques, du point de vue de la représentation même de l'assombrissement observé.

Nous déterminons ensuite - deuxième partie - quelle est l'influence de la courbure des couches de l'atmosphère et de la réfraction des rayons lumineux dans cette atmosphère, dans le cas général et dans le cas de l'atmosphère solaire, influence qui a toujours été négligée jusqu'ici sans vérification. Dans le cas du soleil, l'influence de la réfraction est localisée au bord extrême du disque, celle de la courbure des couches, comparable à la précédente au bord extrême, change de signe et s'étend beaucoup plus loin, avec une importance moindre mais non négligeable. A partir de l'évaluation de cette dernière influence, nous montrons qu'il est nécessaire d'en tenir compte, même avec les solutions classiques, et nous examinons les modifications des résultats tirés de l'assombrissement, qui en découlent : ces modifications tendent toutes à faire disparaître les désaccords observés entre les résultats tirés de l'assombrissement et ceux qu'ont donnés des observations faites ultérieurement.

Dans une troisième partie enfin, nous faisons connaître les résultats de mesures de la température de couleur du soleil faites à l'Observatoire de Lyon à l'aide d'un appareil de photométrie visuelle utilisant la dispersion rotatoire du quartz. Ces résultats permettent de relier entre elles les expressions de l'assombrissement obtenues pour les diverses radiations du spectre visible à la surface du soleil. Ils mettent en outre en évidence une différence de température de couleur des régions équatoriales et polaires, différence dont nous avons vérifié l'existence par des mesures spectrophotométriques. Cette différence est à rapprocher de l'écart décelé par ailleurs des couches de l'atmosphère solaire par rapport aux couches sphériques.

INTRODUCTION

1. - Généralités. - Le rayonnement que nous recevons d'une masse gazeuse quelconque provient des couches dont la profondeur est suffisamment faible pour que le rayonnement qu'elles émettent ou transmettent ne soit pas entièrement absorbé par les couches qui les surmontent: ces couches constituent dans le cas d'une étoile ce qu'on appelle l'"atmosphère" de l'étoile. Lorsque la masse gazeuse est vue avec un diamètre apparent sensible - qu'il s'agisse du Soleil, ou d'une nébuleuse gazeuse quelconque -, le rayonnement issu d'un point de la surface reflète toutes les modifications qu'il a subies au cours de sa traversée de l'atmosphère, modifications liées aux propriétés rencontrées dans l'atmosphère, quelle que soit son épaisseur. Les variations de l'intensité du rayonnement à la surface de la masse gazeuse permettent alors d'obtenir des renseignements sur les variations des propriétés de l'atmosphère le long du rayon lumineux, à condition toutefois d'admettre quelques hypothèses simplificatrices, tant sur la répartition des propriétés physiques à l'intérieur de la masse gazeuse, que sur la manière dont s'effectue le transfert de l'énergie en son intérieur.

Pour une étoile, il est raisonnable de supposer en première approximation, que la masse gazeuse admet en son intérieur la symétrie sphérique pour toutes ses propriétés; celles-ci ne dépendant alors que de la seule distance au centre de l'étoile (couches sphériques concentriques et uniformes). En ce qui concerne le mode de propagation de l'énergie lumineuse à l'intérieur de l'atmosphère stellaire, on admet que celle-ci est en équilibre radiatif. Les équations de transfert de l'énergie dans ce cas ont été posées par SCHUSTER [1] et par SCHWARZSCHILD [2] les conséquences qui en découlent ont fait l'objet de nombreux travaux, parmi lesquels nous citerons ceux d'EDDINGTON [3], de JEANS [4], de LINDBLAD [5], de MILNE [6], de KOSIREV [7], de LUNDBLAD [8], de CHANDRASEKHAR [9] etc. Les résultats obtenus montrent - Eddington, Jeans et Kosirev l'ont reconnu très tôt - qu'avec la précision actuelle des mesures cette hypothèse est justifiée dans le cas du Soleil, et même dans le cas des étoiles de Wolf-Rayet (Cf. Kosirev [7]).

2. - Sur la mesure de l'assombrissement à la surface du Soleil. - Les variations de l'intensité du rayonnement lumineux d'un point à un autre du disque solaire ont été reconnues en 1852 par le P. SECCHI [10] et déterminées approximativement en lumière totale. Leur importance a incité de nombreux auteurs à reprendre cette mesure avec le maximum de précision, non seulement en lumière totale, mais encore pour un grand nombre de radiations du spectre continu, les propriétés émissives et absorbantes des corps dépendant de la longueur d'onde, quelle que soit la nature de l'émission et de l'absorption.

Les premières mesures des variations de l'intensité d'une radiation monochromatique le long d'un diamètre du disque solaire ont été faites en lumière ultraviolette par VOGEL [11] et par VERY [12], puis par SCHWARZSCHILD et VILLIGER [13]. La précision obtenue et le domaine spectral exploré étant insuffisants, ces mesures ont été refaites depuis avec des moyens plus perfectionnés par divers auteurs, comme ABBOT, FOWLE et ALDRICH [14], MOLL, BURGER et VAN DER BILT [15], RAUDENBUSCH [16], et plus récemment, CANAVAGGIA et CHALONGE [17] et PEYTURAUX [18], qui a étendu ces mesures dans l'infrarouge.

Les mesures d'ABBOT ont été faites plus de cent fois sur certaines radiations, au cours de deux séries de mesures, en 1906-08 et en 1913-14, à la tour solaire du Mont Wilson, sur une image de grande dimension (bonne définition) et dans des conditions particulièrement favorables (altitude), à l'aide d'un spectrobolomètre enregistreur, aussi les résultats obtenus comptent-ils encore parmi les meilleurs. Les résultats individuels ne sont cependant pas exempts de critiques: dissymétrie des courbes données par le bolomètre (voir [14]), différence systématique entre les résultats des deux séries de mesures, différence qui ne dépasse d'ailleurs pas 1% de l'intensité au centre du disque solaire. ABBOT y voit une variation effective de l'assombrissement avec l'activité solaire, remarquons seulement qu'une telle variation, certes fort possible, demanderait à être confirmée, une aussi faible variation pouvant résulter d'une erreur systématique légèrement différente à quelques années d'intervalle: UNSÖLD [19] n'accepte aussi ce résultat qu'avec réserve (Cf. p.34). Ajoutons encore que les mesures de RAUDENBUSCH, faites en 1937, ne semblent pas confirmer cette différence.

Etant donnée l'importance de cette question, on voit combien il serait souhaitable que cette détermination soit reprise avec un récepteur encore plus sensible et fidèle, sur une image solaire de grande dimension, et dans une station de haute altitude afin d'éviter au maximum l'action perturbatrice de l'atmosphère terrestre.

3. - Sur la représentation algébrique des résultats de mesures. - Diverses expressions ont été proposées pour représenter les variations de l'intensité d'une radiation à la surface du Soleil. Certaines purement empiriques n'ont été choisies qu'avec le souci de représenter les résultats avec une précision au moins égale à celle des mesures, en faisant intervenir le moins de coefficients possible.

C'est ainsi qu'HERTZSPRUNG [20] est amené à remplacer la loi d'assombrissement souvent utilisée :

$$I(\theta)/I_0 = 1 - x + x \cdot \cos \theta,$$

dans laquelle x est une constante et θ l'angle du rayon émergent avec la normale à la surface du Soleil au point d'émergence, par la loi :

$$I(\theta)/I_0 = \cos \frac{2700}{\lambda} \theta,$$

la longueur d'onde λ de la radiation considérée étant exprimée en Angströms.

Mrs. BUSBRIDGE [21] montre que cette loi n'est qu'un cas particulier de la loi plus précise :

$$I(\theta)/I_0 = (m \cdot \sec \theta + 1 - m)^{-\alpha},$$

dont elle calcule les coefficients m et α pour diverses longueurs d'onde.

En partant de l'équation de transfert, qui relie la variation dI de l'intensité d'une radiation le long d'un rayon lumineux au cours de la traversée d'une couche infiniment mince d'épaisseur dr de l'atmosphère stellaire, aux coefficients d'émission ϵ et d'absorption κ : $dI = (\epsilon - \kappa I) \cdot dr \cdot \sec \theta$, ou, en fonction de la profondeur optique τ définie par la relation $d\tau = -\kappa \cdot dr$: $dI = -(J - I) \cdot d\tau \cdot \sec \theta$ (J représentant le rapport ϵ/κ), LUNDBLAD [8] montre que, si J peut être représenté par son développement en série en fonction de τ : $J = \sum A_n \cdot \tau^n / n!$, et si l'on admet que l'atmosphère stellaire est formée de couches planes et parallèles, la loi d'assombrissement $I(\theta)/I_0$ est représentée par $\sum A_n \cdot \cos^n \theta$. Le développement en série peut alors être limité à un degré suffisant pour donner de $I(\theta)/I_0$ une représentation satisfaisante. CHALONGE et KOURGANOFF [22] ont montré qu'un développement limité au 2ème degré suffisait pour représenter les résultats obtenus par ABBOT avec une erreur inférieure aux 3 millièmes de l'intensité au centre. Cette erreur est bien inférieure aux erreurs des mesures prises individuellement, mais étant donné le grand nombre de mesures faites, il semble que le polynôme du 2ème degré ne soit pas suffisant. Cette remarque découle de l'observation des résidus laissés par cette représentation (Cf. [22] p.89-90) : les écarts ne sont pas répartis au hasard, mais se répartissent sur une courbe telle que celle qui est représentée sur la figure 1. Pour la série de mesures la plus longue (1906-08) en outre, les écarts sont aussi importants près du centre qu'au bord, alors que les mesures y sont faites avec plus de précision⁽¹⁾.

Ces remarques laissent penser que ces écarts résultent plus de la représentation adoptée que des erreurs de mesure, et que par suite, le polynôme du 2ème degré ne donne qu'une représentation imparfaite de l'assombrissement. La répartition des écarts indique encore que, si entre les deux séries de mesures une erreur systématique a pu abaisser la précision à 1%, les erreurs accidentelles au cours de chaque série peuvent être tenues pour inférieures à 0,3%, puisqu'elles ne masquent pas des erreurs systématiques de cet ordre de grandeur.

Quant à la représentation par des polynômes du 3ème degré, le calcul en a été fait par LUNDBLAD et par le Bureau de Calcul de l'Institut d'Astrophysique de Paris; BARBIER a fait connaître les résidus que l'on obtient alors [23], s'ils sont généralement plus faibles comme il fallait s'y attendre, leur importance près du centre reste anormale.

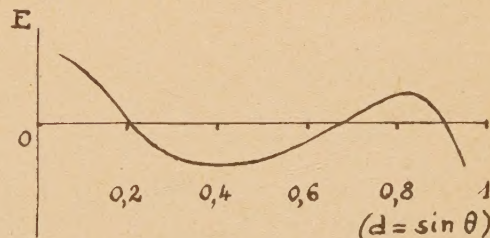


Fig.1 - Répartition des écarts laissés par le polynôme du 2ème degré. (échelle arbitraire).

(1) Cette répartition des écarts se retrouve très exactement quand on applique la représentation aux résultats de mesures de RAUDENBUSCH [16].

4. - Sur une amélioration de la loi d'assombrissement à la surface du Soleil, et sur sa généralisation au cas d'étoiles à atmosphères épaisses. -

Pour satisfaisantes que soient les représentations de la loi d'assombrissement à la surface du Soleil, un examen attentif montre bien qu'elle laisse subsister quelques imperfections, quant à la représentation même du phénomène. Les déductions que l'on peut tirer des résultats de mesures et de leur représentation font apparaître en outre bien des difficultés. Signalons ici la valeur trop élevée de la température superficielle qui en découle, valeur dénoncée par UNSÖLD [24] comme étant en désaccord avec les températures d'excitation des atomes neutres que l'on observe, et trop forte pour permettre l'observation des filaments sur tout le disque solaire, ainsi que la mauvaise conservation du flux à l'intérieur de l'atmosphère solaire signalée par KOURGANOFF [25] .

Le caractère empirique des représentations de HERTZSPRUNG et de Mrs BUSBRIDGE exclut toute possibilité de généralisation à d'autres atmosphères. Quant à la loi de LUNDBLAD, elle ne peut évidemment être généralisée que dans la mesure où les hypothèses faites restent valables.

Bien que la représentation de la fonction-source J par un développement limité en fonction de τ suppose *a priori* que cette grandeur croît indéfiniment en même temps que τ , la généralisation de ce développement à d'autres atmosphères reste admissible parce que, dans la pratique - et ceci quelle que soit l'épaisseur géométrique de l'atmosphère gazeuse -, nous n'aurons jamais à considérer des valeurs de τ très supérieures à 10; pour cette valeur, l'absorption par les couches moins profondes est en effet déjà quasi-totale.

Par contre, l'hypothèse de couches planes et parallèles est déjà sujette à caution dans le cas de l'atmosphère solaire, lorsque l'on considère des points voisins du bord extrême du disque solaire. Cette hypothèse ne peut plus être retenue dans le cas d'une atmosphère épaisse en équilibre, à la surface de laquelle l'assombrissement est cependant parfaitement déterminé. Il n'est pas certain que la généralisation de la loi de LUNDBLAD à ce cas soit correcte, des fonctions de θ autres que $\cos \theta$ pouvant fort bien intervenir.

Je tiens à exprimer ici mes remerciements à Monsieur J. DUFAY, Directeur des Observatoires de Lyon et de Haute-Provence, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail, à Monsieur J. GAUZIT, Astronome à l'Observatoire de Lyon, pour la collaboration qu'il m'a apportée au cours des mesures de la température de couleur du soleil, par la méthode de photométrie visuelle, décrites dans la dernière partie, à Monsieur le Professeur M. MINNAERT, Directeur de l'Observatoire d'Utrecht, enfin, pour la discussion des résultats exposés dans ce travail.

RECHERCHE D'UNE EXPRESSION DE LA LOI D'ASSOMBRISSEMENT A LA SURFACE D'UNE ATMOSPHERE SPHERIQUE, EN FONCTION DES COEFFICIENTS D'EMISSION ET D'ABSORPTION

Dans une atmosphère stellaire ou une masse gazeuse formée de couches sphériques concentriques et uniformes, la traversée d'une couche d'épaisseur infiniment petite dr de cette atmosphère par un rayon lumineux qui fait un angle θ avec la normale à la couche au point d'incidence s'accompagne d'une modification de l'intensité du rayon lumineux proportionnelle au trajet $dr \cdot \sec \theta$.

Cette modification, variable avec la longueur d'onde λ , peut résulter d'un grand nombre de phénomènes que nous ne chercherons pas à analyser ici; mais quels que soient ces phénomènes, nous pourrions toujours la décomposer en deux parties : une augmentation, que nous représenterons par $\varepsilon \cdot dr \cdot \sec \theta$, et une diminution, que nous supposerons proportionnelle à l'intensité incidente I de la radiation, et qui pourra donc être représentée par $\kappa \cdot I \cdot dr \cdot \sec \theta$, ε et κ étant des fonctions de λ que nous appellerons encore "coefficient d'émission" et "coefficient d'absorption", en donnant à ces expressions un sens plus général que leur sens habituel⁽¹⁾.

Pour définir la position d'un point P de l'atmosphère, nous prendrons le rayon de l'étoile dirigé vers l'observateur et orienté du centre vers l'observateur comme axe de coordonnées polaires; P est alors défini dans le plan qu'il forme avec l'axe par ses coordonnées polaires (r, θ) , La symétrie sphérique de l'atmosphère, que nous avons admise nous permettant d'ailleurs dans ce qui suit de ne considérer que les points situés dans un même plan.

La variation dI de l'intensité d'une radiation déterminée en P au cours de la traversée d'une couche d'épaisseur dr dans la direction de l'observation Ox (voir Fig.2) s'écrit alors dans tous les cas :

$$dI = (\varepsilon - \kappa \cdot I) dr \cdot \sec \theta \quad (1)$$

ou encore, comme nous l'avons déjà dit, page 3, en fonction de la profondeur optique τ ⁽²⁾:

$$dI = -(J - I) \cdot d\tau \cdot \sec \theta \quad (1')$$

On connaît l'expression devenue classique de $I(\tau, \theta)$, solution de (1') dans le cas de couches planes (Cf. par ex. [6], [8] ou [23]), La solution s'obtient tout aussi facilement dans le cas de couches sphériques, à partir de (1) ou de (1'). L'expression de l'intensité sortant d'une couche de rayon r et de profondeur optique τ s'écrit, en désignant par θ_0 la valeur prise par θ à la surface de l'atmosphère :

$$I_\lambda(r, \theta) = e^{-\int_1^r \kappa \cdot \sec \theta \cdot dr} \cdot [I(1, \theta_0) + \int_1^r \varepsilon \cdot \sec \theta \cdot e^{\int_1^r \kappa \cdot \sec \theta \cdot dr} \cdot dr] \quad (2)$$

$I(1, \theta_0)$ représentant l'intensité qui sort de l'atmosphère à la distance $d = \sin \theta_0$ du centre du disque stellaire.

Si r_0 est une valeur de r assez différente de 1 pour que $\int_1^{r_0} \kappa \cdot dr$ soit très grand - nous verrons que dans l'atmosphère solaire une variation de 0,0005 est suffisante -, l'expression de $I_\lambda(r, \theta)$ peut encore s'écrire :

(1) Nous généralisons ainsi, tout en simplifiant l'écriture, ce qu'a préconisé R. LUNDBLAD [8] pour tenir compte de la diffusion.

(2) Nous représenterons ici ε/κ par J - et non par B , comme on le fait lorsqu'on étudie l'atmosphère solaire - pour rappeler que ε et κ sont pris avec un sens large; lorsque nous voudrions donner à ε et κ leur sens restreint, nous remplacerions J par B .

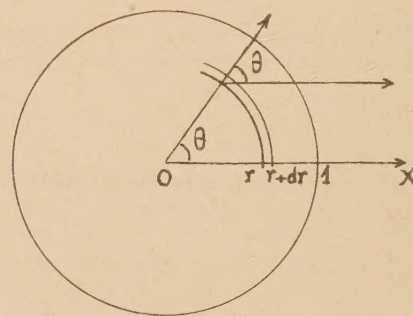


Fig.2

$$I_{\lambda}(r, \theta) = e^{-\int_1^r \kappa \cdot \sec \theta \cdot dr} \cdot \int_0^r \epsilon \cdot \sec \theta \cdot e^{\int_1^r \kappa \cdot \sec \theta \cdot dr} \cdot dr \quad (2b)$$

A partir de (1'), on obtient :

$$I_{\lambda}(\tau, \theta) = e^{\int_0^{\tau} \sec \theta \cdot d\tau} \cdot \int_{\tau}^{\infty} J \cdot \sec \theta \cdot e^{-\int_0^{\tau} \sec \theta \cdot d\tau} \cdot d\tau \quad (2')$$

A la surface, il vient enfin :

$$I_{\lambda}(1, \theta_0) = \int_0^1 \epsilon \cdot \sec \theta \cdot e^{\int_1^r \kappa \cdot \sec \theta \cdot dr} \cdot dr, \quad (3)$$

$$\text{et} \quad I_{\lambda}(0, \theta_0) = \int_0^{\infty} J \cdot \sec \theta \cdot e^{-\int_0^{\tau} \sec \theta \cdot d\tau} \cdot d\tau. \quad (3')$$

Quant à l'expression de l'intensité dirigée vers l'intérieur de l'astre, elle découle des mêmes équations lorsqu'on remplace θ par $\pi - \theta$, c'est-à-dire lorsqu'on prend pour θ la détermination comprise entre 90° et 180° . Cette expression est l'expression (2) dans laquelle $I(1, \theta_0) = 0$, et $\theta > 90^\circ$ et $\leq 180^\circ$.

Le rayonnement vers l'intérieur de l'astre n'intervenant pas dans la recherche de l'assombrissement à la surface, nous n'aurons pas à considérer cette expression.

I. - EQUATIONS GENERALES DE LA VARIATION DE L'INTENSITE D'UNE RADIATION MONOCHROMATIQUE A L'INTERIEUR D'UNE ATMOSPHERE FORMEE DE COUCHES SPHERIQUES CONCENTRIQUES

La variation de l'intensité $I_{\lambda}(r, \theta)$ d'une radiation de longueur d'onde λ , lorsque l'on passe d'un point P de coordonnées polaires (r, θ) à un point infiniment voisin $(r + dr, \theta + d\theta)$, a pour expression générale :

$$dI = \frac{\delta I}{\delta r} \cdot dr + \frac{\delta I}{\delta \theta} \cdot d\theta \quad (4)$$

L'équation différentielle de la loi d'assombrissement à la surface d'une couche de rayon r est représentée par $\frac{\delta I}{\delta \theta}$ (r), puisqu'à la surface de cette couche dr garde la valeur 0.

Nous ferons apparaître cette expression en décomposant la variation infiniment petite subie par l'intensité I , quand on passe du point P à un point infiniment voisin de la même couche, en deux autres variations infiniment petites, que nous exprimerons indépendamment.

1. - Variation de $I_{\lambda}(r, \theta)$ le long d'une droite parallèle à la direction d'observation. -

La variation de I au cours de la traversée d'une couche d'épaisseur dr s'exprime par la relation (1) citée page 5, dans laquelle I est fonction de r et de θ , et ϵ et κ de r ou de r et de θ .

Cette expression permet de déterminer dI le long d'une trajectoire quelconque, en fonction de r ou de θ . Le long de la droite considérée : $r \cdot \sin \theta = d$ (le rayon de l'étoile étant pris pour unité : $d = \sin \theta_0$). Cette relation entre r et θ donne :

$$\frac{dr}{r} = -\frac{d\theta}{\tan \theta},$$

et l'équation (1) peut alors s'écrire indifféremment :

$$dI = [\epsilon(r, \theta) - \kappa(r, \theta) \cdot I(r, \theta)] \cdot dr \cdot \sec \theta \quad (1)$$

$$\text{ou } dI = -[\epsilon(r, \theta) - \kappa(r, \theta) \cdot I(r, \theta)] \cdot \frac{r \cdot d\theta}{\sin \theta} \quad (\text{avec } r = \sin \theta_0 / \sin \theta) \quad (1b)$$

Nous avons déjà fait connaître quelle était la solution générale de cette équation page 5: équations (2) et (2b) et, à la surface, équation (3).

Remarquons que le long de l'axe ($\sec \theta = 1$), on a en toute rigueur :

$$I_{\lambda}(\tau, 0) = e^{-\tau} \cdot \int_{\tau}^{\infty} J \cdot e^{-\tau'} \cdot d\tau', \text{ et } I_{\lambda}(0, 0) = \int_0^{\infty} J \cdot e^{-\tau} \cdot d\tau,$$

cette dernière quantité étant généralement prise pour unité d'intensité.

Au voisinage de l'axe, dans un domaine d'autant plus étendu que l'atmosphère est plus mince, les variations de $\sec \theta$ dans l'atmosphère restent négligeables, θ garde pratiquement la valeur θ_0 - c'est le cas d'une atmosphère plane -, on retrouve alors les expressions connues et semblables aux expressions (2') et (3') de la page 6, dans lesquelles $\int_0^{\tau} \sec \theta \cdot d\tau$ est remplacé par $\tau \cdot \sec \theta_0$.

2. - Variation de $I_{\lambda}(r, \theta)$ le long du rayon-vecteur qui passe par un point donné $P(r, \theta)$. -

Le long de cette trajectoire, θ reste constant, $d\theta = 0$. La différentielle totale de I se réduit à :

$$dI = \frac{\delta I}{\delta r} \cdot dr$$

Mais la variation de I dans la direction de l'observation, quand on passe de $P(r, \theta)$ au point $Q(r+dr, \theta)$ - voir la figure 3 - est la résultante de trois variations, dont nous connaissons les expressions :

A/ Variation de l'intensité au point P , quand on passe de la direction d'observation Px à la direction du rayon-vecteur Py ($\theta = 0$), cette variation a pour expression :

$$dI = - \int_0^{\theta} \frac{\delta I}{\delta \theta}(r) \cdot d\theta$$

B/ Variation de l'intensité dans la direction Py quand on passe du point P au point Q , variation identique à celle que l'on aurait le long de l'axe à la même distance r du centre. Son expression dI_2 est représentée par (1), θ ayant la valeur 0 :

$$dI_2 = [\epsilon(r, 0) - \kappa(r, 0) \cdot I(r, 0)] \cdot dr$$

C/ Variation de l'intensité en Q , quand on passe de la direction Qy ($\theta = 0$), à la direction d'observation Qx' :

$$dI_3 = \int_0^{\theta} \frac{\delta I}{\delta \theta}(r+dr) \cdot d\theta$$

La variation cherchée est donc :

$$dI = dI_1 + dI_2 + dI_3 = - \int_0^{\theta} \frac{\delta I}{\delta \theta}(\tau) \cdot d\theta + [\epsilon(r, 0) - \kappa(r, 0) \cdot I(r, 0)] \cdot dr + \int_0^{\theta} \frac{\delta I}{\delta \theta}(\tau+dr) \cdot d\theta$$

et puisque :

$$\int_0^{\theta} \frac{\delta I}{\delta \theta}(r+dr) \cdot d\theta - \int_0^{\theta} \frac{\delta I}{\delta \theta}(r) \cdot d\theta = \int_0^{\theta} \frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta I}{\delta \theta} \right) \cdot dr \cdot d\theta$$

$$dI = [\epsilon(r, 0) - \kappa(r, 0) \cdot I(r, 0) + \int_0^{\theta} \frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta I}{\delta \theta} \right) \cdot d\theta] \cdot dr \quad (5)$$

3a - Variation de $I_{\lambda}(r, \theta)$ le long d'un arc de cercle de rayon r : Equation différentielle de la loi d'assombrissement. -

Soient A et B deux points voisins situés à la même distance r du centre, de coordonnées polaires (r, θ) et

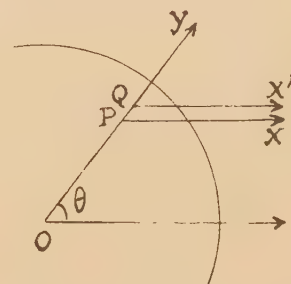


Fig.3

$(r, \theta + d\theta)$. Les axes Ax et Bx' passant par A et B et dirigés vers l'observateur font avec les rayons-vecteurs OA et OB des angles θ et $\theta + d\theta$. Considérons encore l'axe Ax'' passant par A et faisant avec le rayon-vecteur OA l'angle $\theta + d\theta$ (Fig.4).

A et B appartenant à une même couche, la variation de l'intensité dans la direction d'observation quand on passe de A à B est la même que celle que l'on observerait en A si l'on passait de la direction Ax à la direction Ax'' .

Cette dernière variation est : $dI = \frac{\delta I}{\delta \theta(r, \theta)} \cdot d\theta$, expression qui découle encore de l'expression de la différentielle totale de I dans le passage de A à B puisque dans ce passage $dr = 0$.

Considérons le point de rencontre C de Bx' avec le rayon-vecteur OA (prolongé s'il y a lieu), et dont les coordonnées sont $(r + dr, \theta)$. Le déplacement le long de l'arc AB peut être remplacé par les déplacements le long de AC et de CB, or nous savons exprimer les variations de I au cours de ces deux déplacements :

$$dI_{\overline{AC}} = [\varepsilon(r, 0) - \kappa(r, 0) \cdot I(r, 0) + \int_0^\theta \frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta I}{\delta \theta} \right) \cdot d\theta] \cdot dr$$

$$dI_{\overline{CB}} = -[\varepsilon(r, \theta) - \kappa(r, \theta) \cdot I(r, \theta)] \cdot dr \cdot \sec \theta.$$

Mais C étant sur la parallèle à l'axe menée par B, $dr = r \cdot d\theta / \tan \theta$, ce qui donne, en éliminant dr :

$$(6) \quad dI_{\overline{AB}} = \frac{\delta I}{\delta \theta(r)} \cdot d\theta = -[\varepsilon(r, \theta) - \kappa(r, \theta) \cdot I(r, \theta)] \cdot \frac{r \cdot d\theta}{\sin \theta} + [\varepsilon(r, 0) - \kappa(r, 0) \cdot I(r, 0) + \int_0^\theta \frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta I}{\delta \theta} \right) \cdot d\theta] \cdot \frac{r \cdot d\theta}{\tan \theta}$$

Pour la généralité du problème, remarquons que les trois déplacements considérés permettent d'exprimer la variation de I lorsque l'on passe d'un point $P(r, \theta)$ à un point voisin quelconque $Q(r + dr, \theta + d\theta)$.

La symétrie sphérique de l'atmosphère permet de supposer que Q est dans le plan formé par P et par le diamètre dirigé vers l'observateur, on peut alors passer de P à Q en utilisant l'un des 3 déplacements (voir la figure 5) :

Soit de P à P' point de rencontre du rayon-vecteur OP avec la sphère de rayon $r + dr$, puis de P' à Q le long de l'arc P'Q;

Soit de P à P'' point de rencontre de la parallèle à l'axe menée par P avec cette sphère, puis de P'' à Q le long de l'arc P''Q;

Soit de P à P''' point de rencontre de la parallèle à l'axe menée par P avec le rayon-vecteur OQ, puis de P''' à Q le long de ce rayon-vecteur

Dans le 1er cas, les formules (5) et (6) donnent : (7)

$$dI = \frac{\delta I}{\delta r} \cdot dr + \frac{\delta I}{\delta \theta} \cdot d\theta = -[\varepsilon(r, \theta) - \kappa(r, \theta) \cdot I(r, \theta)] \cdot \frac{r \cdot d\theta}{\sin \theta} + [\varepsilon(r, 0) - \kappa(r, 0) \cdot I(r, 0) + \int_0^\theta \frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta I}{\delta \theta} \right) \cdot d\theta] \cdot (dr + \frac{r \cdot d\theta}{\tan \theta})$$

Dans le 2ème cas, on utilisera les formules (1) ou (1') et (6), en décomposant $d\theta$ en deux parties $d\theta_1$ et $d\theta_2$ reliées à dr et $d\theta$ par les relations : $dr = -r \cdot d\theta_1 / \tan \theta$ et $d\theta_1 + d\theta_2 = d\theta$.

Dans le 3ème cas, on utilisera les formules (1) ou (1') et (5), en décomposant dr en deux parties dr_1 et dr_2 reliées à dr et $d\theta$ par les relations : $dr_1 = -r \cdot d\theta / \tan \theta$ et $dr_1 + dr_2 = dr$.

On vérifie facilement que ces différentes décompositions conduisent au même résultat final - équation (7).

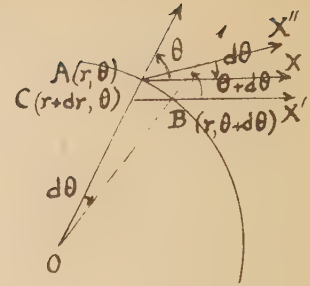


Fig.4

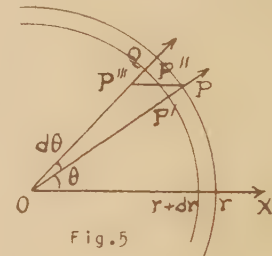


Fig.5

II. - EXPRESSION GENERALE DE LA LOI D'ASSOMBRISSEMENT D'UNE RADIATION MONOCHROMATIQUE A LA SURFACE D'UNE MASSE GAZEUSE FORMEE DE COUCHES SPHERIQUES CONCENTRIQUES ET UNIFORMES

A partir de l'équation de transfert appliquée à une atmosphère en équilibre radiatif - équation (1) -, R. LUNDBLAD [8] a montré que, si on représente les variations de la fonction-source $J(\tau)$ par son développement en fonction de τ , la loi d'assombrissement à la surface de l'atmosphère se présente sous la forme d'un polynôme en $\cos \theta$; inversement, si l'on représente l'assombrissement à la surface de l'atmosphère par un polynôme de degré n en $\cos \theta$, on est amené à représenter $J(\tau)$ par un polynôme de même degré en fonction de τ . En admettant que l'on puisse négliger l'influence de la courbure des couches de l'atmosphère sur l'assombrissement, l'expression (6) du chapitre précédent permet alors d'exprimer les variations des coefficients de la loi d'assombrissement avec la profondeur dans une atmosphère plane - ou très peu épaisse -. Nous avons fait connaître le résultat auquel on est conduit dans le cas de l'atmosphère solaire [32] en application de cette expression.

Vient-on, par contre, s'affranchir de l'hypothèse des couches planes, que l'on a l'habitude de retenir, l'expression (6) peut alors servir à déterminer la loi d'assombrissement que l'on doit observer à la surface d'une atmosphère formée de couches sphériques, expression qui tient compte de la courbure des couches sans restriction et, par suite, valable quelle que soit l'épaisseur de l'atmosphère.

L'assombrissement d'une radiation à la surface d'une atmosphère dépend essentiellement de sa forme géométrique et des variations de ses propriétés. Lorsque l'on suppose l'atmosphère sphérique, cet assombrissement ne dépend plus que du deuxième facteur, et il doit être possible d'obtenir des relations entre les coefficients de la loi d'assombrissement et les expressions des coefficients d'émission et d'absorption ϵ et κ de l'atmosphère. Nous essaierons de dégager ces relations, qui pourront être utilisées pour déterminer les variations de ϵ par exemple, à partir des variations de κ déterminées directement d'après la connaissance que nous avons de la constitution de l'étoile étudiée⁽¹⁾.

Sans faire d'hypothèse restrictive sur les variations de I_λ avec la distance au centre de l'étoile : r , nous pouvons représenter ces variations par un développement en série en fonction de r : $I_\lambda(r, \theta) = \sum A_n(\theta) \cdot r^n$. Ce développement, limité à un degré n quelconque, peut donner une représentation satisfaisante des variations de I_λ dans une atmosphère d'autant plus épaisse que n est plus grand et que la précision demandée à la représentation est plus faible, quelles que soient les variations de I_λ , pourvu qu'elles ne présentent pas de discontinuité. La variable r variant dans un domaine très restreint - au plus égal à $(0-1)$ -, cette représentation ne fait aucune hypothèse quant à la valeur de I_λ dans les couches profondes.

L'équation (6) appliquée à ce développement de $I_\lambda(r, \theta)$, donne l'expression des coefficients $A_n(\theta)$ quelque soit n , en fonction des coefficients d'émission et d'absorption, et des coefficients de l'expression des variations de I_λ le long de l'axe : $A_n(0)$. A la surface, la loi d'assombrissement s'obtiendra alors en donnant à r la valeur 1 :

$$I_\lambda(1, \theta) = \sum A_n(\theta) \cdot$$

Les équations auxquelles nous serons conduits feront évidemment intervenir les variations de ϵ et de κ avec r - et éventuellement avec θ -. En fonction de r , nous représenterons ϵ et κ par leur développement en série, comme pour I_λ :

$$\epsilon(r) = \sum \epsilon_n \cdot r^n \quad \text{et} \quad \kappa(r) = \sum \kappa_n \cdot r^n,$$

ϵ_n et κ_n dépendant de θ ou non.

Le développement de I_λ en fonction de r : $I(r, \theta) = \sum A_n(\theta) \cdot r^n$ entraîne : $\frac{\delta I}{\delta \theta} = \sum \frac{d A_n}{d \theta} \cdot r^n$, et

$$\int_0^\theta \frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta I}{\delta \theta} \right) \cdot d\theta = \left[\frac{\delta I}{\delta r} \right]_0^\theta = \sum n \cdot r^{n-1} \cdot [A_n(\theta) - A_n(0)],$$

et l'équation (6) devient : (8)

$$\sum \frac{d A_n}{d \theta} \cdot r^n = - \frac{r}{\sin \theta} \cdot [\sum \epsilon_n(\theta) \cdot r^n - \sum \kappa_n(\theta) \cdot r^n \cdot \sum A_n(\theta) \cdot r^n] + \frac{r}{\tan \theta} \cdot [\sum \epsilon_n(0) \cdot r^n - \sum \kappa_n(0) \cdot r^n \cdot \sum A_n(0) \cdot r^n + \sum n \cdot r^{n-1} \cdot (A_n(\theta) - A_n(0))]$$

1) Les variations de ϵ et de κ déterminent sans ambiguïté l'assombrissement que l'on observe, mais d'après les expressions du rayonnement, la réciproque n'est pas vraie. Nous devons donc nous attendre à ne pas pouvoir déterminer ϵ et κ simultanément à partir de l'assombrissement seul, de nouvelles hypothèses sont nécessaires pour lever l'indétermination.

Nous considérerons d'abord le cas le plus simple où $\varepsilon(r)$ et $\kappa(r)$ sont indépendants de θ , c'est-à-dire où l'atmosphère peut être considérée comme isotrope. Nous chercherons ensuite quelle peut être l'influence de variations de ε et de κ avec θ .

1. - Cas où $\varepsilon(r)$ et $\kappa(r)$ ne dépendent pas de θ .

L'équation (8) donne, quelque soit n :

$$\frac{dA_n}{d\theta} - n \frac{A_n}{\operatorname{tg} \theta} = - \frac{1}{\sin \theta} \cdot \left[\varepsilon_{n-1} - \sum_{j=0}^{j=n-1} \kappa_{n-1-j} \cdot A_j(\theta) \right] + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \cdot \left[\varepsilon_{n-1} - \sum_{j=0}^{j=n-1} \kappa_{n-1-j} \cdot A_j(0) - n \cdot A_n(0) \right].$$

Le calcul de $A_n(\theta)$ suppose connus les coefficients $A_j(\theta)$ d'indices j inférieurs à n , il peut donc être fait de proche en proche en commençant par $A_0(\theta)$:

$$n = 0 : \frac{dA_0}{d\theta} = 0 \quad A_0(\theta) \text{ est constant et égal à } A_0$$

$$n = 1 : \frac{dA_1}{d\theta} - \frac{A_1}{\operatorname{tg} \theta} = - \frac{\varepsilon_0 - \kappa_0 \cdot A_0}{\sin \theta} + \frac{\varepsilon_0 - \kappa_0 \cdot A_0 - A_1(0)}{\operatorname{tg} \theta},$$

$$\text{d'où : } A_1(\theta) = A_1(0) - (\varepsilon_0 - \kappa_0 \cdot A_0) \cdot (1 - \cos \theta) + k \cdot \sin \theta,$$

k étant une constante d'intégration.

En posant $\varepsilon_0 - \kappa_0 \cdot A_0 = a_0$, la loi d'assombrissement à la surface de l'étoile, donnée par cette approximation, s'écrit :

$$I_{\lambda(1,\theta)} = A_0 + A_1(0) - a_0 \cdot (1 - \cos \theta) + k \cdot \sin \theta,$$

avec $A_0 + A_1(0) = I_{(1,0)} = 1$ si l'on prend l'intensité observée au centre du disque pour unité.

Dans le cas du soleil, cette expression de $I_{(1,\theta)}$ ne s'accorde que grossièrement avec les résultats de mesures : l'expression de l'intensité en fonction de r ne peut certainement pas être représentée par une fonction linéaire de r .

$$n = 2 : \frac{dA_2}{d\theta} - 2 \cdot \frac{A_2}{\operatorname{tg} \theta} = - \frac{\varepsilon_1 - \kappa_1 \cdot A_0 - \kappa_0 \cdot A_1(\theta)}{\sin \theta} + \frac{\varepsilon_1 - \kappa_1 \cdot A_0 - \kappa_0 \cdot A_1(0) - 2A_2(0)}{\operatorname{tg} \theta}$$

$$A_2(\theta) = A_2(0) + k' - a_1 \cdot (1 - \cos \theta) - k' \cdot \cos^2 \theta - k \cdot \kappa_0 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - a_1 \cdot \sin^2 \theta \cdot \operatorname{Log} \operatorname{tg}(\theta/2)$$

expression dans laquelle k' est une nouvelle constante d'intégration et :

$$a_1 = \frac{1}{2} \cdot [\varepsilon_1 - \sum (\kappa \cdot A(0))_1 + \kappa_0 \cdot a_0],$$

en posant : $\sum (\kappa \cdot A(0))_1 = \kappa_0 \cdot A_1(0) + \kappa_1 \cdot A_0$, et d'une manière générale :

$$\sum (\kappa \cdot A(0))_i = \kappa_0 \cdot A_i(0) + \kappa_1 \cdot A_{i-1}(0) + \dots + \kappa_{i-1} \cdot A_1(0) + \kappa_i \cdot A_0.$$

Avec cette approximation, la loi d'assombrissement à la surface s'écrit :

$$I_{\lambda(1,\theta)} = \alpha + \beta \cdot \cos \theta - k' \cdot \cos^2 \theta + k \cdot \kappa_0 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - a_1 \cdot \sin^2 \theta \cdot \operatorname{Log} \operatorname{tg}(\theta/2).$$

avec $\alpha = A_0 + A_1(0) + A_2(0) - (a_0 + a_1) + k'$ ou $1 - (a_0 + a_1) + k'$ et $\beta = a_0 + a_1$.

Nous voyons apparaître le polynôme du 2ème degré obtenu en partant du développement de $J(\tau)$, avec quelques termes supplémentaires sur lesquels nous reviendrons un peu plus loin.

$$n = 3 : \frac{dA_3}{d\theta} - 3 \cdot \frac{A_3}{\operatorname{tg} \theta} = - \frac{\varepsilon_2 - \sum (\kappa \cdot A(\theta))_2}{\sin \theta} + \frac{\varepsilon_2 - \sum (\kappa \cdot A(0))_2 - 3 \cdot A_3(0)}{\operatorname{tg} \theta}$$

$$A_3(\theta) = A_3(0) - a_2 + \kappa_0 \cdot a_1 + (3 a_2 - k' \cdot \kappa_0) \cdot \cos \theta - \kappa_0 \cdot a_1 \cdot \cos^2 \theta - (2 a_2 - k' \cdot \kappa_0) \cdot \cos^3 \theta + (k'' + \frac{1}{2} k \cdot \kappa_0^2) \cdot \sin \theta$$

$$- \frac{1}{2} k \cdot \kappa_1 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - k'' \cdot \sin \theta \cdot \cos^2 \theta + (\frac{1}{2} k \cdot \kappa_1 \cdot \sin \theta + \kappa_0 \cdot a_1 \cdot \cos \theta) \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log } \text{tg}(\theta/2).$$

$$k'' \text{ est une nouvelle constante, et } a_2 = \frac{1}{3} [\varepsilon_2 - \Sigma(\kappa \cdot A(0))_2 + \Sigma(\kappa \cdot a)_1].$$

Avec cette approximation, la loi d'assombrissement à la surface devient :

$$I_{\lambda}(1, \theta) = \alpha + \beta \cdot \cos \theta + \gamma \cdot \cos^2 \theta + \delta \cdot \cos^3 \theta + K \cdot \sin \theta + K' \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - k'' \cdot \sin \theta \cdot \cos^2 \theta - a_1 \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log } \text{tg}(\theta/2).$$

$$(1 - \kappa_0 \cdot \cos \theta - \frac{k \cdot \kappa_1}{2 \cdot a_1} \cdot \sin \theta), \text{ avec } \alpha = 1 - \sum_{i=0}^2 a_i + k' + \kappa_0 \cdot a_1, \quad \beta = a_0 + a_1 + 3 a_2 - k' \cdot \kappa_0,$$

$$\gamma = - (k' + \kappa_0 \cdot a_1) \quad , \quad \delta = - (2 a_2 - k' \cdot \kappa_0)$$

$$K = k + \frac{1}{2} k \cdot \kappa_0^2 + k'' \quad , \quad K' = - k(\kappa_0 + \frac{\kappa_1}{2}) .$$

La loi d'assombrissement apparaît sous la forme d'un polynôme en $\cos \theta$ avec des termes supplémentaires. Certains de ces termes, dont l'expression générale est $\sin \theta \cdot \cos^n \theta$, ont des coefficients qui ne sont pas entièrement fixés par la connaissance des expressions de ε et de κ ; ils ne peuvent donc être déterminés *a priori*. Par contre un terme en $\sin^2 \theta \cdot \text{Log } \text{tg}(\theta/2)$ - que l'on peut écrire en fonction de $\cos \theta$:

$$\frac{1}{2} \cdot (1 - \cos^2 \theta) \cdot \text{Log } \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} -$$

à un coefficient a_1 bien déterminé en fonction des ε_n et κ_n , il ne peut donc être supposé nul *a priori*.

Nous avons écrit les relations qui existent entre les coefficients de la loi d'assombrissement pour chaque approximation, et les coefficients $A_0, A_1(0), A_2(0), \dots$ du développement de $I(r)$ le long de l'axe, et $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \kappa_0, \kappa_1, \dots$ des développements de $\varepsilon(r)$ et de $\kappa(r)$ en fonction de r . Si l'on suppose connu $I(r)$ le long de l'axe, ce qui peut être obtenu indépendamment, limiter $I(\theta)/I_0$ au deuxième degré revient à limiter les expressions de ε et de κ au premier degré, ce qui n'est probablement qu'une approximation très médiocre.

Nous ne considérerons pas les termes du développement de $I(r)$ de degré supérieur à 3. Nous savons en effet que pour le soleil, le polynôme du 2ème degré représente l'assombrissement observé avec une approximation généralement considérée comme suffisante, le développement limité au 2ème degré nous donnant déjà au moins un terme supplémentaire, nous sommes assurés avec cette approximation d'avoir une représentation au moins aussi bonne. Nous montrerons plus loin que cette approximation est insuffisante, et qu'il est nécessaire dans le cas du soleil de considérer l'approximation du 3ème degré.

Mais avant d'appliquer ces résultats au cas du soleil, nous chercherons encore comment se trouve modifiée la loi d'assombrissement à la surface d'une étoile lorsque l'on ne suppose plus son atmosphère isotrope.

2e - Cas où les coefficients d'émission et d'absorption ε et κ dépendent de θ .

La grande généralité laissée à la définition de ces coefficients justifie la considération de ce cas. Certains phénomènes d'émission et d'absorption peuvent en effet dépendre de θ . Ce cas peut se présenter par exemple lorsque le rayon lumineux est partiellement polarisé. La résolution de l'équation (8) exige que l'on exprime ε et κ en fonction de θ . Nous venons de voir que lorsque ε et κ sont indépendants de θ , $I(r, \theta)$ apparaît pour une valeur donnée de r sous la forme d'un développement en fonction de $\cos \theta$, à des termes supplémentaires près. Par analogie nous supposons que $\varepsilon(r, \theta)$ et $\kappa(r, \theta)$ sont aussi des fonctions de $\cos \theta$ par l'intermédiaire des ε_n et κ_n :

$$\varepsilon(r, \theta) = \Sigma \varepsilon_n(\theta) \cdot r^n \quad \text{et} \quad \kappa(r, \theta) = \Sigma \kappa_n(\theta) \cdot r^n \quad ,$$

$$\text{avec} \quad \varepsilon_n(\theta) = \Sigma \varepsilon_{n,i} \cdot \cos^i \theta \quad \kappa_n(\theta) = \Sigma \kappa_{n,i} \cdot \cos^i \theta$$

L'équation (8) devient alors :

$$\Sigma \frac{d A_n}{d \theta} \cdot r^n = - \frac{r}{\sin \theta} \cdot [\Sigma (\Sigma \varepsilon_{n,i} \cdot \cos^i \theta) \cdot r^n - \Sigma (\Sigma \kappa_{n,i} \cdot \cos^i \theta) \cdot r^n \cdot \Sigma A_n(\theta) \cdot r^n] + \frac{r}{\text{tg} \theta} \cdot [\Sigma (\Sigma \varepsilon_{n,i}) \cdot r^n - \Sigma (\Sigma \kappa_{n,i}) \cdot r^n \cdot \Sigma A_n(0) \cdot r^n + \Sigma n \cdot r^{n-1} \cdot (A_n(\theta) - A_n(0))]$$

d'où l'on tire :

$$\frac{dA_n}{d\theta} - n \cdot \frac{A_n}{\operatorname{tg} \theta} = - \frac{1}{\sin \theta} \cdot \left[\sum \varepsilon_{n-1,i} \cdot \cos^i \theta - \sum_{j=0}^{j=n-1} (\sum \kappa_{n-1-j,i} \cdot \cos^i \theta) \cdot A_j(\theta) \right] + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \cdot \left[\sum \varepsilon_{n-1,i} - \sum_{j=0}^{j=n-1} (\sum \kappa_{n-1-j,i}) \cdot A_j(0) - n \cdot A_n(0) \right]$$

La résolution se fait encore de proche en proche, à partir de $A_0(\theta)$ qui reste constant et égal à A_0 quel que soit i .

A/ Cas où ε et κ sont du premier degré en $\cos \theta$.

$$\varepsilon = \sum (\varepsilon_{n,0} + \varepsilon_{n,1} \cdot \cos \theta) \cdot r^n \quad \text{et} \quad \kappa = \sum (\kappa_{n,0} + \kappa_{n,1} \cdot \cos \theta) \cdot r^n.$$

Il vient :

$$\frac{dA_1}{d\theta} - \frac{A_1}{\operatorname{tg} \theta} = - \frac{1}{\sin \theta} \cdot (\varepsilon_{0,0} - \kappa_{0,0} \cdot A_0) + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \cdot (\varepsilon_{0,0} - \kappa_{0,0} \cdot A_0 - A_1(0)),$$

expression semblable à celle que nous avons obtenue dans le cas précédent, ε_0 et κ_0 étant remplacés par $\varepsilon_{0,0}$ et $\kappa_{0,0}$; nous poserons encore $a_{0,0} = \varepsilon_{0,0} - \kappa_{0,0} \cdot A_0$. Dans l'expression obtenue, n'intervient ni $\varepsilon_{0,1}$ ni $\kappa_{0,1}$, tout se passe donc, au point de vue de l'assombrissement, comme si ε et κ étaient réduits à leurs termes indépendants de θ , les autres termes n'intervenant que pour modifier la valeur de l'intensité au centre.

$$A_1(\theta) = A_1(0) - a_{0,0} \cdot (1 - \cos \theta) + k \cdot \sin \theta.$$

$$\frac{dA_2}{d\theta} - 2 \cdot \frac{A_2}{\operatorname{tg} \theta} = - \frac{1}{\sin \theta} \cdot [\varepsilon_{1,0} - \kappa_{1,0} \cdot A_0 - (\kappa_{0,0} + \kappa_{0,1} \cdot \cos \theta) \cdot A_1(\theta)] + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \cdot [\varepsilon_{1,0} - \kappa_{1,0} \cdot A_0 - (\kappa_{0,0} + \kappa_{0,1}) \cdot A_1(0)]$$

ou, en tenant compte de l'expression de $A_1(\theta)$:

$$= - \frac{1}{\sin \theta} \cdot [\varepsilon_{1,0} - \kappa_{1,0} \cdot A_0 - \kappa_{0,0} \cdot (A_1(0) - a_{0,0})] + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \cdot [a_{0,0} \cdot (\kappa_{0,0} - \kappa_{0,1}) + \varepsilon_{1,0} - \kappa_{1,0} \cdot A_0 - \kappa_{0,0} \cdot A_1(0) - 2 A_2(0)] + \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \cdot a_{0,0} \cdot \kappa_{0,1} + k \cdot (\kappa_{0,0} + \kappa_{0,1} \cdot \cos \theta),$$

d'où :

$$A_2(\theta) = A_2(0) + k' - a_{1,0} (1 - \cos \theta) - k' \cdot \cos^2 \theta - k \cdot \kappa_{0,1} \cdot \sin \theta - k \cdot \kappa_{0,0} - \sin \theta \cdot \cos \theta - (a_{1,0} + a_{0,0} \cdot \kappa_{0,1}) \cdot \sin^2 \theta$$

Log $\operatorname{tg}(\theta/2)$,

avec :

$$a_{1,0} = \frac{1}{2} \cdot [\varepsilon_{1,0} - \kappa_{1,0} \cdot A_0 - \kappa_{0,0} \cdot A_1(0) + a_{0,0} \cdot (\kappa_{0,0} - \kappa_{0,1})].$$

On vérifie facilement que l'on retrouve bien les expressions de $A_2(\theta)$ et de a_1 du paragraphe précédent, lorsque l'on suppose $\kappa_{0,1}$. Remarquons encore que le résultat ne dépend ni de $\varepsilon_{0,1}$ ni de $\varepsilon_{1,1}$; tout se passe avec cette approximation encore, comme si ε était indépendant de θ et égal à $\varepsilon_{0,0} + \varepsilon_{1,0} \cdot r$, $\varepsilon_{0,1}$ et $\varepsilon_{1,1}$ n'intervenant que par l'intermédiaire des coefficients de $I(r,0)$: A_0 , $A_1(0)$, $A_2(0)$.

Avec cette approximation, la loi d'assombrissement reste semblable à celle que nous avons obtenue (page 10) l'expression des coefficients seule est modifiée. Nous avons donné ci-dessus les nouvelles expressions de $a_{0,0}$ et de $a_{1,0}$; les coefficients des termes en $\sin^2 \theta \cdot \operatorname{Log} \operatorname{tg}(\theta/2)$ et en $\sin \theta$ deviennent respectivement : $-(a_{1,0} + a_{0,0} \cdot \kappa_{0,1})$ et $k \cdot (1 - \kappa_{0,1})$ au lieu de $-a_1$ et de k .

Nous ne transcrivons pas ici l'expression du terme suivant $A_3(\theta)$, il donne lieu aux mêmes remarques. La loi d'assombrissement garde la même expression algébrique, que ε et κ soient du premier degré en $\cos \theta$ ou indépendants de θ , les coefficients sont seulement un peu plus compliqués. Elle s'écrit :

$$I(1,\theta) = \alpha + \beta \cdot \cos \theta + \gamma \cdot \cos^2 \theta + \delta \cdot \cos^3 \theta + K \cdot \sin \theta + K' \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - k'' \cdot \sin \theta \cdot \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cdot \operatorname{Log} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \cdot [(a_{1,0} + a_{0,0} \cdot \kappa_{0,1}) \cdot (1 - \kappa_{0,1} + \kappa_{0,0} \cdot \cos \theta) - \frac{k}{2} \cdot \kappa_{1,0} \cdot \sin \theta].$$

B/ Cas où ε et κ sont du deuxième degré en $\cos \theta$.

$$\varepsilon = \sum (\varepsilon_{n,0} + \varepsilon_{n,1} \cdot \cos \theta + \varepsilon_{n,2} \cdot \cos^2 \theta) r^n,$$

$$\kappa = \sum (\kappa_{n,0} + \kappa_{n,1} \cdot \cos \theta + \kappa_{n,2} \cdot \cos^2 \theta) r^n.$$

Il vient alors : $A_0(\theta) = A_0$.

$$A_1(\theta) = A_1(0) + a_{0,0} \cdot (1 - \cos \theta) + k \cdot \sin \theta + a_{0,2} \cdot \theta \cdot \sin \theta ,$$

en posant $a_{0,2} = \varepsilon_{0,2} - \kappa_{0,2} \cdot A_0$.

Les termes du deuxième degré font apparaître un nouveau terme : $\theta \cdot \sin \theta$

$$\begin{aligned} A_2(\theta) = A_2(0) + k' + \frac{1}{2} a_{0,0} \cdot \kappa_{0,2} - (a_{1,0} + a_{1,2}) \cdot (1 - \cos \theta) - k' \cdot \cos^2 \theta - r \cdot \kappa_{0,1} \cdot \sin \theta - k \cdot (\kappa_{0,0} + \kappa_{0,2}) \cdot \sin \theta \cdot \\ \cos \theta - (a_{1,0} - a_{1,2} + a_{0,0} \cdot \kappa_{0,1} - a_{0,2} \cdot \kappa_{0,1}) \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log tg } \frac{\theta}{2} + a_{0,2} \cdot (\kappa_{0,0} + \kappa_{0,2}) \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log sin } \theta - \theta \cdot [k \cdot \kappa_{0,2} \cdot \\ \sin^2 \theta + a_{0,2} \cdot (\kappa_{0,1} \cdot \sin \theta + \sin \theta \cdot \cos \theta + \frac{\kappa_{0,2}}{2} \cdot \sin^2 \theta) \end{aligned}$$

Ainsi, lorsque les coefficients d'émission et d'absorption sont des fonctions de $\cos \theta$ de degré supérieur à 1, la loi d'assombrissement à la surface de l'étoile prend une forme très compliquée; en plus du terme en $\sin^2 \theta$. $\text{Log tg}(\theta/2)$ obtenu précédemment apparaissent des termes en θ et $\text{Log sin } \theta$. La complexité du résultat rend inutile la considération des autres termes du développement de $I(r, \theta)$ en fonction de r , ainsi que celle des cas où ε et κ seraient des fonctions de $\cos \theta$ de degré supérieur à 2, dans la majorité des cas.

III. - DISCUSSION DES RESULTATS -

1. - Sur la généralité de la solution obtenue. -

A aucun moment nous n'avons eu à faire d'hypothèse sur ε et κ (sauf en ce qui concerne leur continuité), la solution obtenue reste donc valable dans le cas du rayonnement discontinu. Elle peut être appliquée en outre au cas d'étoiles variables où d'étoiles dans lesquelles les propriétés subissent des variations de part et d'autre de valeurs moyennes (atmosphère avec turbulence par exemple) pourvu que la répartition sphérique des couches subsiste : les coefficients de la loi obtenue sont alors variables avec le temps ou correspondent aux valeurs moyennes de ε et de κ suivant le cas.

La solution, valable quelle que soit l'épaisseur de l'atmosphère, suppose seulement que I_λ puisse être représenté par un développement limité en fonction de r . La comparaison de ce développement au développement de $J(\tau)$ que l'on considère habituellement montre que le premier est certainement moins restrictif que le deuxième. La généralité de la solution n'est donc pas limitée par le choix de cette représentation.

L'interprétation des coefficients à laquelle nous sommes arrivés par contre ne peut être utilisée que dans les couches supérieures de l'atmosphère; l'expression choisie pour représenter κ ne permet pas en effet d'écrire que la profondeur optique τ tend vers l'infini lorsque r tend vers une valeur finie r_0 . On évitera cette lacune en introduisant des termes convenables dans l'expression de κ , par exemple en ajoutant des termes de la forme $\kappa_n / (r - r_0)^n$. La résolution de l'équation (8), à peine plus compliquée, s'obtient très facilement : l'expression de l'assombrissement garde la même forme, la signification des coefficients bien entendu se trouve modifiée par de nouveaux termes.

2. - Sur la présence des termes indéterminés en $\sin \theta \cdot \cos^n \theta$. -

Ces termes ayant des coefficients indépendants de ε et de κ rendent l'expression générale de l'assombrissement indéterminée, or il est raisonnable de penser, qu'une fois admise la forme géométrique de l'atmosphère, l'assombrissement est bien déterminé par la répartition de ε et de κ . Ces termes proviennent probablement de la très grande généralité laissée au problème, généralité qui n'exclut pas le cas où ε/κ croît indéfiniment avec τ , or dans ce cas la contribution de la couche de profondeur optique infinie ("base" de la photosphère) n'est pas forcément nulle, mais peut être indéterminée; il en est alors de même de l'assombrissement.

Dans le cas où l'équilibre thermodynamique local existe - et probablement dans tous les cas - ε/κ ne peut devenir infini, nous serons donc autorisés à rejeter ces termes dans le cas du soleil.

IV. - L'ASSOMBRISSEMENT A LA SURFACE DU DISQUE SOLAIRE -

Nous avons émis l'opinion - page 3 - que les résidus laissés par le polynôme du 2^{ème} degré utilisé pour représenter les résultats de la mesure de l'assombrissement à la surface du disque solaire résultaient plus d'une insuffisance de la représentation que des erreurs des mesures. Ces erreurs ne peuvent en effet avoir un caractère systématique, et devraient être plus petites au centre qu'au bord du disque, ce qui n'est pas le cas.

L'introduction de termes supplémentaires, quels qu'ils soient, ne peut qu'améliorer la représentation de l'assombrissement et faire disparaître l'allure systématique présentée par les résidus, par suite de l'existence des erreurs de mesures. L'importance relative des erreurs au centre et au bord par contre ne sera réduite que si l'on choisit convenablement ces termes supplémentaires.

La considération de la courbure de l'atmosphère fait apparaître trois nouveaux termes, dont deux (en $\sin^4$ et $\sin^4 \cdot \cos \theta$) peuvent être rejetés (Cf. page 13), mais dont un en $\sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2)$ est bien déterminé. Si l'on fait abstraction de l'origine de ce terme, nous pouvons nous demander si, du point de vue de la seule représentation de l'assombrissement, il présente quelque avantage sur le terme en $\cos^3 \theta$ que l'on considère habituellement.

1. - Sur l'interprétation de la répartition des résidus laissés par le polynôme du deuxième degré en $\cos \theta$. -

Le terme en $\sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2)$, indépendamment des deux termes rejetés, peut à lui seul rendre compte de cette répartition (Cf. [32]). Mais on remarquera que qualitativement un terme en $\cos^3 \theta$ peut aussi en rendre compte, puisque son introduction réduit les résidus. Nous avons vu, page 3, que ce terme laissait au centre des résidus aussi importants qu'au bord, c'est-à-dire que la réduction qu'il apporte est relativement trop faible au centre. Montrons qu'à ce point de vue le terme en $\sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2)$ est plus avantageux.

Si les écarts systématiques laissés par $A+B \cdot \cos \theta + C \cdot \cos^2 \theta$ proviennent d'une représentation insuffisante de la loi d'assombrissement, et que celle-ci puisse s'écrire : $\alpha + \beta \cdot \cos \theta + \gamma \cdot \cos^2 \theta - a_1 \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2)$, ou $A_0 + A_1 \cdot \cos \theta + A_2 \cdot \cos^2 \theta + A_3 \cdot \cos^3 \theta$, ces écarts doivent se retrouver lorsqu'on représente les derniers termes par un polynôme du 2^{ème} degré en $\cos \theta$, que l'on calcule par la méthode des moindres carrés appliquée aux 10 valeurs de θ considérées par ABBOT, abstraction faite de tout résultat de mesure entaché d'erreur. Le calcul donne les résultats suivants :

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2) &= 0,44944 - 3,06904 \cdot \cos \theta + 2,56590 \cdot \cos^2 \theta, \\ \cos^3 \theta &= 0,22743 - 1,21422 \cdot \cos \theta + 1,97791 \cdot \cos^2 \theta. \end{aligned}$$

Les résidus laissés par ces approximations aux 10 points du disque solaire sont : (résidus $\times 10^4$)

Première formule :	+537	+26	-426	-405	-198	+106	+297	+304	+88	-328
Deuxième formule :	+89	+41	-62	-104	-81	-3	+76	+103	+48	-107

On voit immédiatement qu'avec le premier terme l'erreur commise est 1,5 fois plus grande au centre qu'au bord, alors qu'avec le deuxième elle n'est que les 9/10 : l'amélioration de la représentation de l'assombrissement au centre du disque solaire sera donc meilleure *a priori* avec le premier terme.

2. - Détermination numérique de la loi d'assombrissement à la surface du soleil, avec le terme supplémentaire - $a_1 \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2)$. -

On peut obtenir une détermination suffisamment approchée de cette loi, en cherchant pour chaque longueur d'onde la valeur du facteur a_1 qui "ajuste" les résidus laissés par la représentation de $\sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2)$ par un polynôme du 2^{ème} degré (calculés plus haut), aux résidus laissés par le polynôme $A + B \cdot \cos \theta + C \cdot \cos^2 \theta$. Pour λ 5010 Å par exemple, on voit tout de suite que $-0,03 \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2)$ annule les résidus au centre (3 premiers points), et laisse une sous-corrrection au bord. On obtient alors sans peine les valeurs de α , β , γ correspondantes.

Mais, étant donnée l'importance de la loi d'assombrissement, il convient de connaître la meilleure représentation que l'on peut obtenir, aussi avons-nous calculé les coefficients de la loi :

$$(I/I_0) = \alpha + \beta \cdot \cos \theta + \gamma \cdot \cos^2 \theta - a_1 \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2),$$

par la méthode des moindres carrés pour les radiations visibles et ultraviolettes, dont l'assombrissement a été mesuré par ABBOT en 1906-08.

Les résultats obtenus sont les suivants :

λ	α	β	γ	a_1
$\lambda = 0,3230 \mu$	0,0548	1,2825	-0,3444	-0,1480
0,3860	0,1555	0,8477	-0,0043	-0,0121
0,4330	0,1992	0,7997	-0,0017	-0,0031
0,4560	0,1804	0,9859	-0,1666	-0,0072
0,4810	0,2158	0,9987	-0,2141	-0,0263
0,5010	0,2479	0,9499	-0,1984	-0,0252
0,5340	0,2975	0,8541	-0,1524	-0,0086
0,6040	0,3540	0,8618	-0,2163	-0,0285
0,6700	0,3922	0,8762	-0,2679	-0,0367
0,6990	0,4023	0,8854	-0,2872	-0,0432

On trouvera dans le tableau I les résidus que l'on obtient avec ces nouvelles expressions de la loi d'assombrissement (1^{ère} ligne), ainsi que ceux qu'ont obtenus CHALONGE et KOURGANOFF [22] avec les polynômes du 2^{ème} degré (2^{ème} ligne), et LUNDBLAD [8] avec des polynômes du 3^{ème} degré (3^{ème} ligne).

Pour une radiation donnée, l'écart maximum est généralement réduit; dans l'ensemble, l'amélioration n'est pas aussi forte qu'on pouvait l'espérer : cela tient certainement à ce que les erreurs de mesures deviennent prépondérantes. L'amélioration sur la 1^{ère} moitié du rayon solaire est beaucoup plus nette, comme notre interprétation des résidus nous l'avait fait prévoir, principalement pour les radiations les mieux étudiées par ABBOT (λ 4660 à 6040 Å: 72 à 104 déterminations) : les écarts y deviennent sensiblement plus faibles qu'au bord du disque. Le terme en $\cos^3 \theta$ ne fait pas apparaître cette différence de précision; avec ce terme, les écarts restent aussi importants près du centre qu'au voisinage du bord⁽¹⁾.

TABLEAU I

Résidus laissés par la loi d'assombrissement avec le terme supplémentaire en

$$\sin^2 \theta \cdot \log \operatorname{tg}(\theta/2);$$

Comparaison avec les résidus laissés par le polynôme
du 2^{ème} degré (d'après CHALONGE et KOURGANOFF): 2^{ème} ligne,
du 3^{ème} degré (d'après LUNDBLAD): 3^{ème} ligne.
(Résidus $\times 10^4$).

$\sin \theta =$	0	0,20	0,40	0,55	0,65	0,75	0,825	0,875	0,92	0,95
$\lambda = 3230 \text{ Å}$	+71	-71	-68	+23	+68	+38	-50	-51	-6	+35
	+151	-68	-131	-27	+39	+55	-6	-5	+7	-14
	+280	+42	-71	-11	+30	+37	-21	-8	+16	+3
3860	+11	-11	0	-5	-2	+8	+47	-57	-2	+14
	+17	-12	-6	-10	-4	+9	+50	-54	-2	+10
	?									
4330	+28	-28	-28	+16	+14	+30	-21	-20	-14	+21
	+30	-28	-29	+15	+14	+31	-20	-19	-14	+20
	?									
4560	+3	-2	-7	-2	+10	0	-2	+2	-10	+7
	+7	-1	-10	-5	+9	+1	0	+5	-10	+4
	+9	+3	-2	+4	+17	+6	00	+5	-11	+6

(1) Comme l'a remarqué BARBIER [23], nous savons que les coefficients des polynômes du 3^{ème} degré retenus par LUNDBLAD ne correspondent pas à la meilleure solution, ces coefficients n'ayant pas été calculés par la méthode des moindres carrés. Mais même pour les cinq radiations dont les coefficients ont été calculés par l'Institut d'Astrophysique de Paris par cette méthode, les écarts restent plus grands au centre qu'au bord pour trois d'entre elles.

TABLEAU I (Suite)

Résidus laissées par la loi d'assombrissement avec le terme supplémentaire en

$$\sin^2 \theta. \text{Log tg}(\theta/2);$$

Comparaison avec les résidus laissés par le polynôme
 du 2^{ème} degré (d'après CHALONGE et KOURGANOFF): 2^{ème} ligne,
 du 3^{ème} degré (d'après LUNDBLAD) : 3^{ème} ligne.
 (Résidus $\times 10^4$).

$\sin \theta =$	0	0,20	0,40	0,55	0,65	0,75	0,825	0,875	0,92	0,95
$\lambda = 4810 \text{ \AA}$	- 4 + 11 + 20	+ 7 + 8 + 19	- 8 - 20 - 8	+ 5 - 6 + 3	+ 1 - 4 + 1	- 3 0 0	+ 4 + 12 + 8	- 7 + 2 - 4	+ 7 + 9 + 6	- 3 - 12 + 1
5010	+ 6 + 19 + 18	- 9 - 8 - 9	- 1 - 12 - 4	+ 8 - 2 + 9	+ 3 - 2 + 7	- 8 - 6 - 2	+ 2 + 10 + 7	- 10 - 2 - 6	+ 16 + 19 + 18	- 7 - 16 + 6
5340	+ 5 + 10 + 24	- 5 - 5 + 6	- 5 - 9 - 6	+ 1 - 2 - 3	+ 9 + 7 + 5	- 3 - 2 - 1	+ 1 + 4 + 9	- 1 + 2 + 2	- 8 - 8 - 3	+ 6 + 4 + 3
6040	- 5 + 10 - 12	+ 3 + 4 - 9	+ 9 - 3 + 6	- 3 - 15 + 4	- 4 - 10 + 7	- 11 - 8 - 4	+ 7 + 16 + 6	+ 9 + 18 + 4	- 2 0 - 6	- 3 - 13 + 6
6700	- 5 + 15 - 8	+ 5 + 6 - 6	+ 2 - 14 - 2	- 4 - 11 - 10	- 8 - 16 + 1	- 5 - 1 + 1	+ 2 + 13 - 2	+ 16 + 28 + 9	- 13 - 10 - 14	+ 2 - 10 + 23
6990	- 5 + 18 - 1	0 + 2 - 7	+ 12 - 7 + 8	+ 4 - 14 + 9	- 8 - 17 + 2	- 18 - 13 - 13	+ 4 + 17 - 1	+ 14 + 27 + 4	+ 8 + 12 + 1	- 11 - 25 - 2

3a - Sur la précision avec laquelle les coefficients de la loi d'assombrissement peuvent être obtenus. -

Les résultats de mesures d'ABBOT, donnés avec 4 décimales, sont connus avec une précision au plus égale à $\pm 5.10^{-5}$: les seconds membres des équations données par la méthode des moindres carrés peuvent donc être entachés d'une erreur allant jusqu'à $4,5.10^{-4}$. L'erreur commise sur les premiers membres provient d'une part des calculs numériques: avec un nombre suffisant de décimales, cette erreur est négligeable devant la précédente, et d'autre part de l'approximation avec laquelle est connu $\sin \theta$ au point visé (erreur d'autant plus forte que l'on est plus près du bord) : cette erreur peut être confondue avec l'erreur commise sur la valeur de l'intensité; elle correspond en effet à une erreur de pointé qui se traduit par une variation de l'intensité mesurée, et intervient pour réduire la précision de la mesure. Nous pouvons donc sans inconvénients ne tenir compte que de l'erreur commise sur les deuxièmes membres.

A partir de ces données, on peut déterminer la précision avec laquelle les coefficients des différentes représentations sont obtenus.

Dans le cas du polynôme du 2^{ème} degré, les coefficients des deux premiers termes sont déterminés à 1 ou 2% près, le coefficient de $\cos^2 \theta$ ne l'étant qu'à 15 ou 20% suivant la longueur d'onde.

Avec le terme supplémentaire $\sin^2 \theta. \text{Log tg}(\theta/2)$, les deux premiers termes ne sont plus déterminés qu'à 15 à 25% près, le suivant à 80 ou 90% près, quant au terme supplémentaire, son coefficient n'est obtenu qu'à 100% près environ.

Ainsi avec une formule à 4 termes, les coefficients de la loi d'assombrissement sont déjà assez mal déterminés, surtout si l'on considère que la précision de $\pm 5.10^{-5}$ attribuée aux mesures d'ABBOT n'est certainement pas atteinte. On voit là tout l'intérêt qu'il y aurait à refaire de nouvelles mesures de l'assombrissement, comme nous le signalions en introduction (Page 3).

Quant à la formule complète à laquelle nous avons été conduits, voudrait-on retenir les termes en $\sin \theta$ et $\sin \theta \cos \theta$ obtenus, ce qui précède montre qu'on ne le pourrait⁽¹⁾. Nous avons vu (page 13) que ces termes pouvaient être rejetés sans inconvénients.

Bien que la précision actuelle des mesures de l'assombrissement à la surface du disque solaire ne permette pas de déterminer le coefficient du nouveau terme avec une bonne précision, il est raisonnable de le considérer de préférence au terme en $\cos^3 \theta$ puisqu'il améliore d'une manière plus satisfaisante la représentation de cet assombrissement, comme nous venons de le voir. La manière dont ce terme a été obtenu laisse penser en outre qu'il donnera une meilleure représentation (avec un nombre égal de termes) lorsque des mesures pourront être faites avec une plus grande précision ou en des points situés très près du bord du disque. Remarquons enfin qu'il est certainement plus correct d'extrapoler les résultats de mesures jusqu'au bord à l'aide d'une expression qui découle de la forme géométrique des couches de l'atmosphère, qu'à l'aide d'une expression donnée par une relation purement mathématique⁽²⁾.

Si l'on admet en première approximation que les deux représentations sont équivalentes jusqu'au bord, c'est alors l'assombrissement à la surface de l'atmosphère solaire "sphérique" que l'on a. On admet habituellement que le polynôme représente l'assombrissement à la surface d'une atmosphère solaire "rectifiée", c'est-à-dire une atmosphère formée de couches planes dans laquelle ϵ et κ présentent les mêmes variations en fonction de la profondeur. Dans quelle mesure cette simplification est-elle acceptable, c'est-à-dire dans quelle mesure l'influence de la courbure des couches peut-elle être négligée? Ceci n'a jamais été examiné, c'est ce que nous nous proposons de faire dans ce qui suit.

-
- (1) L'analogie des variations de $\sin \theta \cos \theta$ et de $\sin^2 \theta$. $\log \operatorname{tg}(\theta/2)$ empêche une détermination précise de ces deux termes simultanément. Si l'on admet que les variations du premier peuvent être intégrées dans celles du deuxième, il ne reste à introduire que le terme en $\sin \theta$. Nous avons calculé la formule avec ce nouveau terme pour les deux radiations les mieux étudiées par ABBOT ($\lambda \lambda$ 5010 et 5340 Å), la représentation est alors excellente, mais l'introduction du dernier terme est trop discutable, et son coefficient trop mal déterminé pour que nous le retenions.
- (2) Rappelons en faveur du maintien du terme auquel nous avons été conduits l'analogie de ses variations avec celles du terme correctif obtenu empiriquement par KOURGANOFF [25] pour améliorer la constance du flux au cours de sa traversée de l'atmosphère solaire (Cf. [33]).

DEUXIEME PARTIE

INFLUENCE DE LA COURBURE DES COUCHES D'UNE ATMOSPHERE SPHERIQUE, ET DE LA REFRACTION DES RAYONS LUMINEUX DANS CETTE ATMOSPHERE, SUR SON RAYONNEMENT. APPLICATION AU CAS DE L'ATMOSPHERE SOLAIRE.

La loi d'assombrissement habituellement retenue à la surface du soleil découle de l'équation de transfert appliquée au cas d'une atmosphère plane, c'est-à-dire dans laquelle l'angle θ sous lequel un rayon lumineux traverse les différentes couches de l'atmosphère reste constante. Nous avons montré que l'on pouvait obtenir une expression de cette loi à la surface d'une atmosphère formée de couches sphériques.

Les équations (2') et (3') de la page 6 montrent quelle modification est apportée aux expressions de $I_{\lambda}(\tau, \theta)$ et $I_{\lambda}(0, \theta)$ quand on passe des couches planes aux couches sphériques, l'angle θ ne gardant plus alors la valeur θ_0 qu'il a à la surface (Cf. page 7).

La modification de θ ainsi considérée résulte d'un effet purement géométrique, qui existe toujours, mais dont l'importance dépend essentiellement de l'épaisseur relative de l'atmosphère, et ne se manifeste que très près du bord si cette épaisseur est petite.

Mais la courbure des couches traversées par le rayon lumineux n'est pas le seul facteur susceptible de produire une variation de θ . Une telle variation peut aussi résulter d'un changement de direction du rayon lumineux dans l'atmosphère, par suite de sa réfraction dans une masse gazeuse dont la constitution et les propriétés physiques varient d'une couche à l'autre.

A notre connaissance, ces deux causes perturbatrices de l'assombrissement n'ont jamais été considérées que très sommairement par UNSOLD et par WALDMETER. Nous nous efforcerons de prévoir qualitativement dans le cas général l'influence de ces deux phénomènes sur l'intensité émergente d'une radiation. Nous préciserons quantitativement cette influence dans le cas du soleil. Dans ce cas, UNSOLD [26], envisageant une modification possible du rayonnement près du bord du disque solaire par suite de la courbure des couches de l'atmosphère, trouve par un calcul sommaire que cette courbure ne peut avoir d'influence que pour des valeurs de $\cos \theta \leq 0,02$ environ, ce qui correspond sur le disque solaire à des distances au centre $\geq 0,9998$; nous montrerons qu'en réalité cette influence se fait sentir bien avant. WALDMETER [27], d'autre part, signale que la réfraction des rayons lumineux dans l'atmosphère solaire doit diminuer l'assombrissement des radiations près du bord du disque, sans donner plus de détails, nous nous proposons de rechercher si cette conclusion est toujours valable, et de la préciser dans le cas du soleil.

I. - INFLUENCE DE LA COURBURE DES COUCHES D'UNE ATMOSPHERE SPHERIQUE SUR SON RAYONNEMENT.

A. - Cas général -

L'expression (3') de l'intensité $I(0, \theta_0)$ d'une radiation monochromatique à la surface d'une atmosphère sphérique fait connaître la contribution C des différentes couches de l'atmosphère au rayonnement émergent :

$$C = J \cdot \sec \theta_0 \cdot e^{-\int_0^{\tau} \sec \theta_0 \cdot d\tau} \quad (9)$$

si l'on admet que J est indépendant de θ , cette contribution dépend de θ par l'intermédiaire des deux facteurs $\sec \theta$ et $\exp \left(- \int_0^{\tau} \sec \theta . d\tau \right)$.

Au cours de la traversée de l'atmosphère sphérique par le rayon lumineux reçu par l'observateur (rayon rectiligne, puisque nous ne tenons pas compte pour l'instant de la réfraction possible du rayon lumineux considéré), l'angle θ décroît. Par rapport à ce qui aurait lieu dans une atmosphère plane, dans laquelle θ garderait la valeur θ_0 qu'il a à la surface, le premier facteur se trouve donc augmenté par la courbure, tandis que le deuxième se trouve diminué.

Quelle est alors la conséquence de ces deux variations opposées sur le rayonnement émergent? Nous pouvons le prévoir d'une manière simple et suffisamment approchée pour donner un résultat général, en cherchant quelle est l'influence d'une variation $d(\sec \theta)$ de $\sec \theta$ non pas sur C , mais sur C' , contribution des couches au rayonnement émergent dans le cas d'une atmosphère plane :

$$C' = J . \sec \theta_0 . e^{-\tau . \sec \theta_0} .$$

$$\text{Il vient :} \quad dC' = J . e^{-\tau . \sec \theta_0} . (1 - \tau . \sec \theta_0) . d(\sec \theta) ,$$

$$\text{soit :} \quad dC'/C' = (\cos \theta_0 - \tau) . d(\sec \theta) . \quad (10)$$

Or, par suite de la courbure, $d(\sec \theta)$ est > 0 quand on s'enfonce dans l'atmosphère. Dans les couches supérieures, pour lesquelles τ est $< \cos \theta_0$, nous pouvons affirmer que la contribution des couches se trouve renforcée; dans les couches profondes au contraire τ est $> \cos \theta_0$, et la contribution est alors diminuée.

Quant au résultat final sur le rayonnement émergent, il est bien certain qu'il fait intervenir la répartition des propriétés émissives et absorbantes (par l'intermédiaire de $J(\tau)$), ainsi que l'épaisseur géométrique des différentes couches (valeurs de $d(\sec \theta)$ en fonction de τ).

Dans le cas d'une atmosphère dans laquelle la fonction-source J ne prend pas, dans les couches supérieures, des valeurs élevées par rapport aux valeurs qu'elle prend dans les couches profondes, dans laquelle en outre la profondeur géométrique des couches est à peu près proportionnelle à τ , nous observerons d'abord une diminution de l'intensité émergente, puisque dans une atmosphère sphérique, les variations de $\sec \theta$ sont d'autant plus fortes que l'on s'enfonce plus profondément, et c'est alors la diminution de la contribution des couches profondes qui se fera d'abord sentir. Nous pouvons encore préciser que cette diminution sera d'autant plus prononcée que $J(\tau)$ prendra de plus fortes valeurs dans les couches profondes. Près du bord au contraire, seules les couches supérieures contribuent au rayonnement, bien que $\cos \theta_0$ y soit très petit, on peut prévoir que le renforcement de l'intensité dans ces couches l'emportera, et que c'est une augmentation de l'intensité par rapport à ce que l'on aurait dans une atmosphère plane que l'on doit observer; cette augmentation étant d'autant plus forte que $J(\tau)$ prend dans les couches supérieures des valeurs relativement plus élevées.

La diminution de l'intensité émergente se trouvera évidemment accrue, et le renforcement près du bord amoindri (sans disparaître au bord extrême d'ailleurs) si les couches de grandes profondeurs optiques sont dilatées (géométriquement) par rapport aux couches supérieures (cas de l'émission par une enveloppe gazeuse); le résultat inverse ayant lieu si au contraire ce sont les couches de faibles profondeurs optiques qui sont dilatées (nous verrons que c'est ce qui a lieu dans la photosphère solaire), et dans ce cas la diminution de l'intensité émergente pourra être très réduite.

En résumé, dans une atmosphère sphérique, la courbure des couches tend à produire une diminution de l'intensité sur le disque, suivie d'une augmentation de cette intensité près du bord. L'importance de ces variations dépend, comme nous l'avons indiqué, des variations de τ avec la profondeur géométrique, ainsi que de celles des propriétés physiques de l'atmosphère (variations de $J(\tau)$).

B. - Cas de l'atmosphère solaire.

Détermination de l'influence de la courbure des couches sur le rayonnement de la radiation $0,5\mu$ près du bord du disque.

1. - La fonction-source J et l'épaisseur des couches de l'atmosphère solaire. -

Nous déterminerons l'influence de la courbure des couches de l'atmosphère solaire sur son rayonnement près du bord du disque, à partir des résultats connus sur la structure de cette atmosphère, bien que ceux-ci aient été obtenus à partir de l'hypothèse de couches planes. Nous savons que l'influence étudiée doit être dans ce cas très faible, l'approximation ainsi faite sera donc certainement suffisante. Il serait d'ailleurs possible de reprendre les calculs avec des résultats améliorés, selon une méthode itérative, si cela s'avérait utile.

Nous adopterons donc pour $J(\tau)$ les valeurs qui découlent de la loi d'assombrissement du 2^{ème} degré en $\cos\theta$ dont les coefficients ont été calculés par CHALONGE et KOURGANOFF [22].

Nous devons en outre déterminer l'épaisseur géométrique des différentes couches en fonction de τ . Comme dans une même couche τ dépend de λ nous définirons les couches par leur profondeur optique moyenne $\bar{\tau}$, en adoptant entre $\bar{\tau}$ et $\tau(\lambda)$ la correspondance qui a été indiquée par MINNAERT [28].

La profondeur géométrique h d'une couche s'obtient en écrivant que cette couche est en équilibre, ce qui entraîne entre la pression P et la température T qui y règnent, l'accélération g de la pesanteur et la masse atomique moyenne $\bar{\mu}$ de l'atmosphère, la relation :

$$dh = (dP/P) \cdot (R \cdot T / g \cdot \bar{\mu}).$$

La connaissance de P et de T d'après les meilleurs modèles d'atmosphère solaire actuellement étudiés [29] achève de définir le problème.

Nous avons fait le calcul de h lorsque nous avons déterminé la trajectoire d'un rayon lumineux près du bord du disque solaire [30], en supposant que l'atmosphère solaire était formée essentiellement d'hélium et d'hydrogène dans le rapport de 1 à 4, ce qui donne pour $\bar{\mu}$ la valeur 1,6. L'influence des autres atomes, en quantités beaucoup plus faibles, conduirait à adopter une valeur légèrement inférieure : 1,5 - Cf. A. ROSA [31] - .

Nous conserverons les résultats auxquels nous étions arrivés (Cf. [30], p. 129). Ces résultats mettent en évidence la rapidité avec laquelle $\bar{\tau}$ croît en fonction de h , dès que $\bar{\tau}$ atteint une valeur de quelques unités seulement : nous sommes dans le cas où les couches de faible profondeur optique sont dilatées par rapport aux couches profondes. La diminution de l'intensité des radiations sur le disque produite par la courbure sera donc réduite. L'effet de la courbure n'apparaîtra que plus près du bord, mais d'après ce que nous avons vu au paragraphe précédent, le renforcement de l'intensité y sera plus important.

Rapportée à la couche $\bar{\tau} = 0,01$, la profondeur de la couche $\bar{\tau} = 9$ n'est encore que de 310 km environ, soit $4,43 \cdot 10^{-4}$ rayon solaire, cette profondeur est extrêmement petite. Il est vrai que l'altitude des couches de profondeur optique $< 0,01$ croît par contre très rapidement, mais nous allons voir maintenant que ces couches ne contribuent pratiquement pas au rayonnement émergent, pas plus que les couches de profondeur optique > 9 : nous avons donc bien là l'ordre de grandeur de l'"épaisseur" de la photosphère.

2. - L'"épaisseur" de la Photosphère, et ses variations. -

a) Variation le long d'un diamètre pour une longueur d'onde déterminée.

L'équation (9) - page 18 - fait connaître la contribution C des couches de l'atmosphère au rayonnement émergent en un point quelconque de la surface. Nous avons calculé C pour la radiation $0,5\mu$ au centre du disque solaire, et en des points situés à des distances égales à 0,5, 0,75 et 0,95 rayon solaire. Les résultats obtenus sont représentés par les courbes de la figure 6 tracées en fonction de $\tau_{0,5\mu}$ et $\bar{\tau}$: C passe par un maximum, qui, pour $0,5\mu$, correspond, au centre du disque, à $\bar{\tau} = 0,9$. Aux autres points considérés, ce maximum s'approche de la surface : $\bar{\tau} = 0,8$, 0,5 et 0,03 environ.

Bien que la photosphère n'ait pas de limites précises, ces courbes montrent dans quelle mesure on peut cependant parler de son épaisseur. Le rayonnement observé en un point étant égal à l'aire de la courbe correspondante, on peut admettre qu'on est à la "base" de la photosphère lorsque la contribution des couches devient

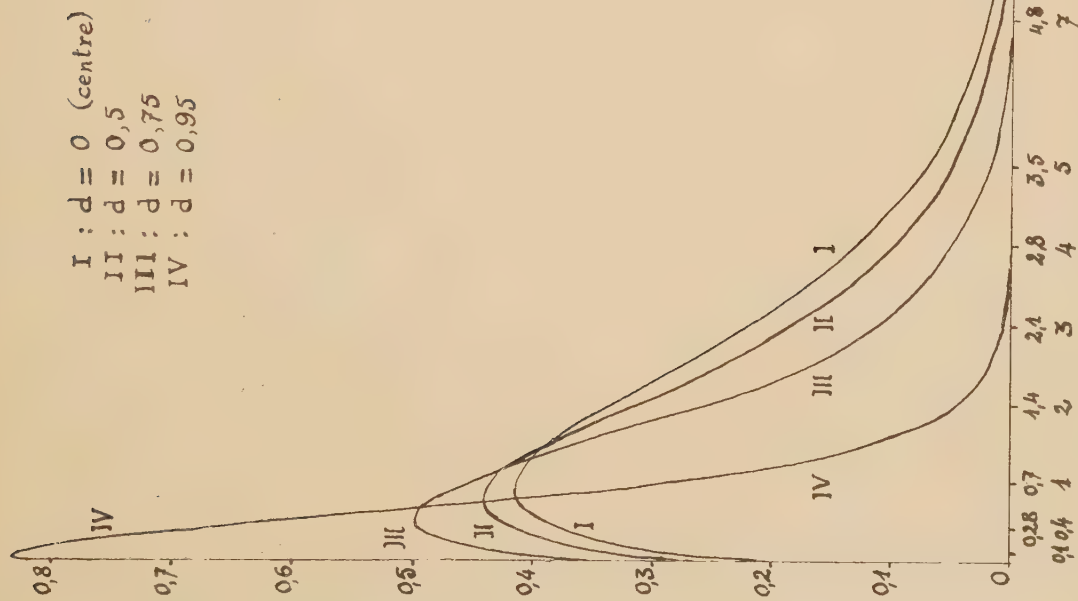


Fig. 6 - Contribution des couches de l'atmosphère solaire au rayonnement de la radiation $0,5\mu$, en différents points du disque (d = distance des points au centre du disque).

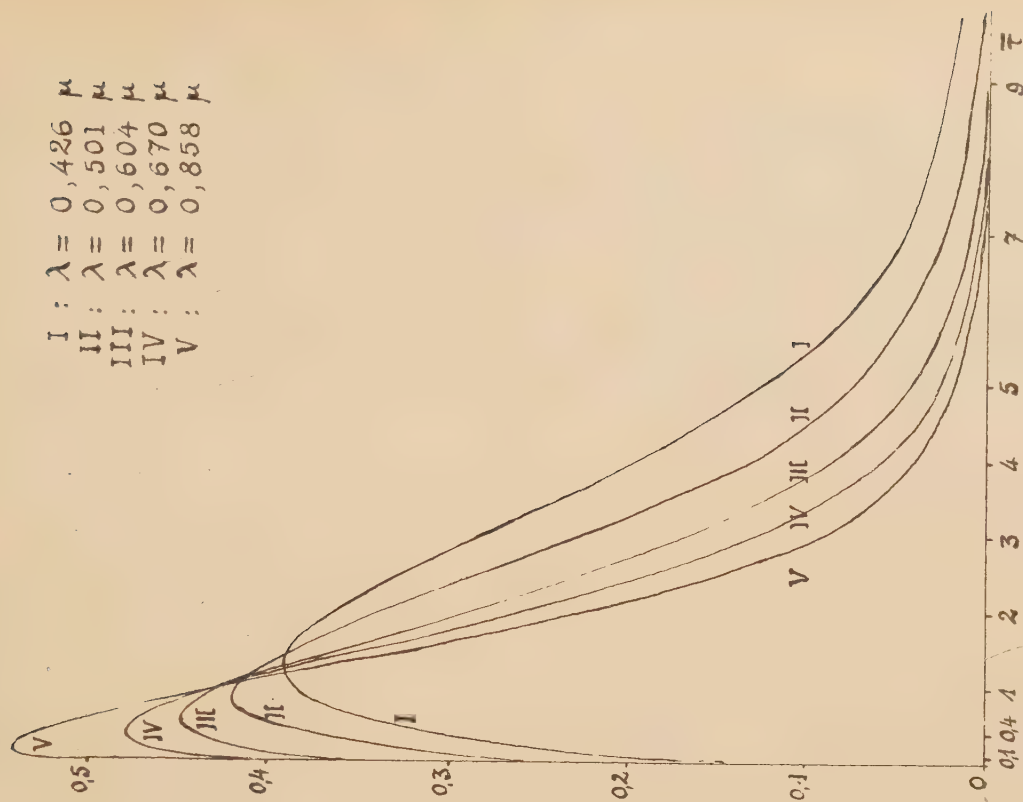


Fig. 7 - Contribution des couches de l'atmosphère solaire au rayonnement de différentes radiations au centre du disque.

suffisamment petite, moins de 1% du maximum par exemple. Quant à l'erreur commise en négligeant le rayonnement des couches situées entre $\bar{\tau} = 0$ et $\bar{\tau} = 0,01$ (voire une profondeur 3 ou 4 fois plus grande), les courbes tracées montrent qu'elle est absolument insignifiante : la "surface" de l'atmosphère solaire peut être située sans inconvénient à une profondeur de cet ordre de grandeur.

Pour la radiation 0,5 μ l'épaisseur de la photosphère ainsi délimitée varie de $\bar{\tau} = 9,5$ au centre du disque, à $\bar{\tau} = 8,5, 6,5$ et 3 quand on s'éloigne du centre à des distances égales à 0,5, 0,75, et 0,95 rayon solaire. En km, l'épaisseur varie de 315 à 280 km environ.

b/ Variation de l'épaisseur de l'atmosphère solaire au centre du disque, en fonction de la longueur d'onde.

Les courbes de la figure 7, semblables à celles de la figure 6, font connaître les variations de C au centre du disque pour les radiations 0,426 μ , 0,501 μ , 0,604 μ , 0,670 μ , et 0,858 μ . Elles font apparaître l'existence d'un déplacement très net de la photosphère vers les couches supérieures lorsque λ croît.

Les valeurs de la profondeur optique moyenne des couches dont la contribution au rayonnement au centre du disque solaire est maximum : $\bar{\tau}_M$, et de celles qui peuvent être regardées comme étant à la base de la photosphère, telle que nous l'avons définie au paragraphe précédent (contribution = 1% du maximum) : $\bar{\tau}_{1\%}$ pour les radiations considérées, sont les suivantes :

	λ		0,426	0,501	0,604	0,670	0,858 μ
1)	$\bar{\tau}_M$	:	1,25	0,9	0,55	0,4	0,15
2)	$\bar{\tau}_{1\%}$	:	11	9,5	8,5	6,5	6,0

Ainsi, cette étude met en évidence et précise une double variation de la profondeur des couches de l'atmosphère solaire qui constituent la photosphère : la photosphère se déplace vers les couches supérieures, quand on passe du centre au bord du disque (résultat qualitativement bien connu) et quand on considère des longueurs d'onde de plus en plus grandes.

Elle montre en outre combien la "base" et la "surface" de la photosphère sont mal définies. En ce qui concerne la surface, on voit que pratiquement sa profondeur optique n'est pas nulle, mais seulement d'autant plus petite et d'autant mieux définie que la précision des mesures est plus grande. Les variations de τ avec λ dans une couche déterminée, et la variation des couches qui constituent la photosphère avec λ , dans un domaine où l'épaisseur géométrique des couches croît fortement, se traduisent par un déplacement de cette surface avec λ quelle que soit la précision avec laquelle on la définit. Cette remarque fait comprendre pourquoi les estimations de la température de la surface conduisent toujours à un résultat variable avec λ , contrairement à ce que l'on pourrait attendre a priori.

3. - Détermination de l'influence de la courbure des couches de l'atmosphère solaire sur la loi d'assombrissement près du bord du disque. -

a/ A quelle distance du centre du disque solaire la courbure peut-elle devenir sensible?

Nous avons maintenant tous les éléments pour répondre à cette question : Dans une atmosphère sphérique, le rayon lumineux qui émerge à la distance $d = \sin \theta_0$ du centre du disque, traverse les couches situées aux profondeurs h et $h + dh$ en faisant des angles θ et θ' avec les rayons solaires qui passent par les points d'incidence (voir la figure 8), et l'on a :

$$\sin \theta = \sin \theta_0 / (1 - h),$$

$$\text{et : } \sin \theta' = \sin \theta_0 / (1 - h - dh).$$

dh étant supposé très petit, il vient :

$$\cos \theta \cdot d(\cos \theta) = \sin^2 \theta \cdot \frac{dh}{1-h} \quad \text{ou,}$$

au signe près :

$$d(\sec \theta) = \frac{d(\cos \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} \cdot \frac{dh}{1-h}.$$

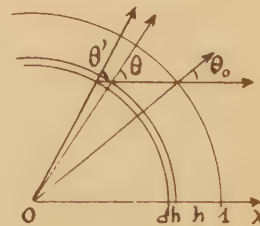


Fig.8

Nous avons vu que l'épaisseur de la photosphère était toujours très faible, au maximum $4,5 \cdot 10^{-4}$ rayon solaire au centre du disque, et $4 \cdot 10^{-4}$ environ près du bord. Le résultat précédent peut alors être appliqué entre la surface et une couche quelconque de profondeur h , on obtient :

$$d(\sec \theta) = h.(\sin^2 \theta_0 / \cos^3 \theta_0).$$

Nous avons donné au chapitre précédent une expression approchée de la variation relative de C - équation (10) - elle devient :

$$(dC/C) = (\cos \theta_0 - \tau).h.(\sin^2 \theta_0 / \cos^3 \theta_0).$$

Pour la radiation $0,5\mu$, τ atteint près du bord au plus la valeur 2,5 ($\bar{\tau}$ compris entre 3 et 4), comme on peut le voir sur la courbe IV de la figure 6. Avec cette valeur de τ et $h = 4.10^{-4}$, la variation de la contribution des couches au rayonnement par suite de leur courbure atteindra 1% lorsque $\cos^3 \theta_0$ sera voisin de 0,10, soit $\cos \theta_0 \approx 0,465$ et $\sin \theta_0 \approx 0,87$. La variation atteindra 10% lorsque l'on aura $\cos^3 \theta_0 \approx 0,01$, $\cos \theta_0 \approx 0,22$ et $\sin \theta_0 \approx 0,97$.

Ainsi jusqu'à une distance du centre égale à 0,9 rayon solaire, la contribution des couches au rayonnement émergent ne subit par suite de leur courbure qu'une variation au plus égale à 1%. Comme cette variation a des signes opposés dans les couches inférieures et dans les couches supérieures, et qu'elle n'atteint cette valeur que dans les couches profondes dont la contribution au rayonnement est relativement faible, nous sommes assurés qu'en ce point l'influence de la courbure sur le rayonnement émergent est négligeable.

Au point situé à la distance $\sin \theta_0 = 0,97$, la variation de la contribution est trop forte pour que l'on puisse affirmer *a priori* que l'effet de la courbure sur l'intensité émergente est encore négligeable. La discussion de cet effet dans le cas général (chapitre précédent) laisse toutefois prévoir que dans l'atmosphère solaire, l'effet en ce point est certainement amoindri par la dilatation des couches supérieures.

Seul le calcul peut nous renseigner sur l'ordre de grandeur des variations de l'intensité du rayonnement, qui résultent de la courbure des couches.

b/ Variations de l'intensité de la radiation $0,5\mu$ en des points voisins du bord extrême du disque solaire, par suite de la courbure des couches.

Les courbes représentatives de la contribution des couches au rayonnement émergent en fonction de $\tau_{0,5\mu}$ dans le cas d'une atmosphère sphérique et d'une atmosphère plane - courbes semblables à celles de la figure 6 - permettent en principe d'obtenir ces variations en des points voisins du bord. Mais la comparaison de ces courbes ne peut être faite qu'avec une erreur qui risque de masquer l'effet étudié. En outre, elle ne fait pas apparaître la profondeur optique τ_0 pour laquelle la variation de la contribution des couches change de signe.

Nous obtiendrons ces renseignements, ainsi que l'augmentation de l'intensité dans les couches supérieures et sa diminution dans les couches profondes séparément, en représentant directement la différence des contributions dans les deux cas, en fonction de $\tau_{0,5\mu}$, différence dont l'expression est :

$$(J/I_0). \sec \theta . e^{-\int_0^{\tau} \sec \theta . d\tau} - (J/I_0). \sec \theta_0 . e^{-\tau . \sec \theta_0}$$

La figure 9 représente les courbes que l'on obtient en des points situés à des distances du centre égales à 0,95, 0,975, 0,99, 0,995, 0,998, 0,999, 0,9995, 0,9997, 0,9998, 0,99998₃. (Voir page 25)

La détermination des quatre premières courbes ne présente pas de difficultés. Au-delà de 0,995 par contre, les variations de $\sec \theta$ dans les couches "superficielles" (de $\bar{\tau} = 0$ à $\bar{\tau} = 0,01$) prennent de l'importance, or ces variations ne peuvent être obtenues que par extrapolation des variations de $\sec \theta$ dans les couches plus profondes. Pour préciser l'erreur qui peut résulter de cette extrapolation, nous avons en outre déterminé aux points situés au-delà de 0,995 les courbes que l'on obtiendrait dans les deux cas extrêmes : cas où les couches superficielles ont pour épaisseur l'épaisseur minimum h_m compatible avec les variations de l'épaisseur des couches de la photosphère en fonction de $\bar{\tau}$, et cas où ces couches ont une épaisseur maximum h_M , pratiquement infinie.

Nous ne reproduirons ni les valeurs de $\sec \theta$ obtenues dans l'atmosphère solaire, ni leur représentation graphique avec leur extrapolation dans les différents cas considérés; le tableau II ci-dessous fait connaître les résultats auxquels on est finalement conduit.

TABLEAU II

- 1) Augmentation dans les couches supérieures,
- 2) Diminution dans les couches profondes,
- 3) Variation résultante de I/I_0 en des points voisins du bord extrême du disque solaire, pour $\lambda 0,5\mu$, par

suite de la courbure des couches. (h_m et h_M cas où l'on considère les valeurs minimum et maximum de l'épaisseur des couches superficielles - $\bar{\tau} < 0,01$ -).

$\sin \theta_0$:		0,95	0,975	0,99	0,995	0,998	0,999	0,9995	0,9997 ₃	0,9998 ₃
	$\Delta(I/I_0)$									
1	h_m					33	46	83	162	240
	h	0,	0003	0005	0011	0037	0051	0093	0187	0290
	h_M					39	63	100	220	430
2	h_m					47	73	109	160	210
	h	- 0,	0008	0013	0018	0045	0072	0105	0152	0200
	h_M					44	67	101	145	170
3	h_m					14	27	26	02	30
	h	- 0,	0005	0008	0007	0014	0021	-0,0012	+0,0035	+0,0090
	h_M					05	04	01	75	260
	$\tau_0^{(1)}$	0,42	0,31	0,205	0,145	0,100	0,075	0,055	0,045	0,038
	$\cos \theta_0$	0,312	0,222	0,141	0,100	0,062	0,045	0,032	0,023	0,018

(1) Nous indiquons ici les valeurs de τ_0 (profondeur à laquelle la variation change de signe) et de $\cos \theta_0$. Ces valeurs sont assez différentes, comme on pouvait s'y attendre, puisque la relation $\tau_0 = \cos \theta_0$ n'est qu'une relation approchée.

Ces résultats numériques confirment ce que nous avons prévu au paragraphe précédent : la courbure produit d'abord une diminution, puis une augmentation de l'intensité de la radiation $0,5\mu$ près du bord. La diminution est d'autant plus faible et l'augmentation d'autant plus forte que les couches superficielles sont plus épaisses par rapport aux couches profondes - passage de h_m à h_M -.

Ainsi, dans le cas du soleil, l'influence de la courbure des couches se fait sentir dans un domaine plus étendu que ne l'indique UNSÖLD ($\cos \theta_0 \approx 0,25$ à $0,30$ au lieu de $0,02$). Elle se traduit d'abord par une diminution qui reste très petite dans le domaine observable - quelques millièmes de l'intensité émergente - par suite de la dilatation des couches supérieures par rapport aux couches profondes, puis par un renforcement de l'intensité, au-delà de $\cos \theta_0 \approx 0,035$, soit sensiblement dans le domaine indiqué par UNSÖLD. Au dernier point considéré, le renforcement atteint 1 à 9% de l'intensité émergente; l'extrapolation des résultats au bord extrême, faite avec les valeurs les plus probables (3% au dernier point) indique un renforcement au bord de l'ordre de 10%.

L'influence de la courbure des couches est la résultante de deux effets opposés dans les couches profondes et dans les couches supérieures, si bien que cette influence est plus marquée sur la répartition de l'intensité le long du rayon lumineux, et par suite sur la température de couleur des couches traversées. Cette influence peut alors expliquer les anomalies relevées quant à la constance du flux dans l'atmosphère solaire, quand on traite ce problème avec les résultats obtenus en négligeant la courbure⁽¹⁾.

Le renforcement de l'intensité au bord du disque solaire, auquel nous avons été conduits, est localisé, en lumière visible, sur un "bourrelet" trop mince pour être observable. Le déplacement des couches de la photosphère mis en évidence lorsque la longueur d'onde croît indique qu'il doit être plus épais pour les grandes longueurs d'onde. Les observations du soleil faites sur ondes radioélectriques montrent que le déplacement des couches émissives vers l'extérieur se poursuit jusque dans ce domaine de radiations. Le diamètre du disque solaire observé sur ondes centimétriques et décimétriques est considérablement plus grand que dans le domaine des radiations visibles; l'épaisseur géométrique des couches responsables de l'émission est alors incomparablement plus grandes que celle de la "photosphère" définie en lumière visible : pour ces radiations, le soleil est une étoile à atmosphère épaisse; et il est probable que le renforcement de l'intensité au bord sera mis en évidence lorsque des mesures suffisamment précises auront pu être faites, et que l'emploi d'une expression de l'assombrissement telle que celle que nous avons obtenue dans la première partie, valable quelle que soit l'épaisseur, conduira - avec un nombre égal de termes - à une meilleure représentation des résultats expérimentaux.

(1) Cela ressort de l'analogie des variations de notre terme en $\sin^2 \theta$, $\log \lg(0/2)$, avec celles du terme introduit empiriquement dans la loi d'assombrissement par KOURGANOFF [25] pour améliorer la constance du flux.

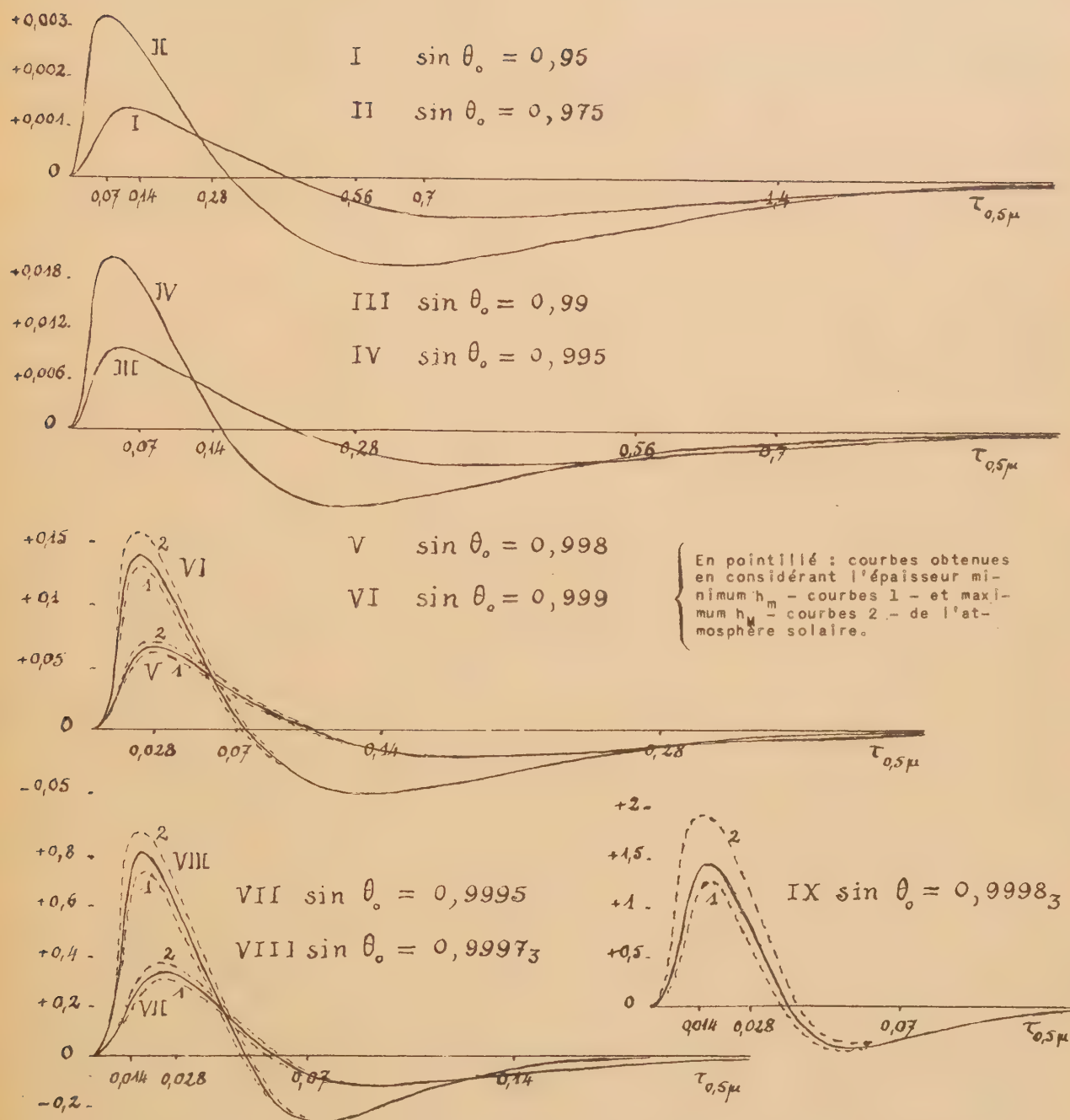


Fig.9 - Variation de la contribution des couches de l'atmosphère solaire au rayonnement de la radiation $0,5 \mu$ en différents points voisins du bord du disque, par suite de la courbure des couches de l'atmosphère. (les points sont définis par leur distance au centre: $d = \sin \theta_0$).

II. - INFLUENCE DE LA RÉFRACTION DES RAYONS LUMINEUX DANS UNE ATMOSPHERE GAZEUSE SUR L'INTENSITÉ D'UNE RADIATION MONOCHROMATIQUE.

A. - Cas général

En déformant la trajectoire, la réfraction des rayons lumineux modifie l'angle sous lequel ceux-ci traversent une couche déterminée, et par suite la contribution de cette couche au rayonnement émergent.

La couche est traversée au point A (voir la figure 10) sous un angle θ , lié à l'angle θ' sous lequel, sans la réfraction, le rayon lumineux aurait traversé cette couche (au point B) par la relation :

$$\theta = \theta' - d\varphi - R$$

R représentant la déviation subie par le rayon lumineux entre A et la surface : sa réfraction apparente. L'angle polaire φ de A est en effet relié aux autres angles par les deux relations :

$$\begin{aligned} \varphi &= \theta + R \\ \text{et} \quad \varphi &= \theta' - d\varphi. \end{aligned}$$

La variation de θ est liée à la forme de la trajectoire, c'est-à-dire aux variations de l'indice de réfraction n dans l'atmosphère. Or l'indice de réfraction en un point dépend à la fois de la constitution de l'atmosphère et des conditions de température et de pression qui y règnent; nous ne pourrions donc prévoir sans restrictions quelle sera l'influence de la réfraction sur le rayonnement émergent.

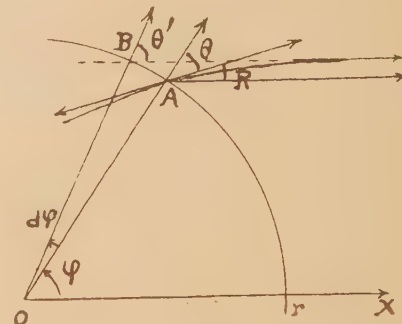


Fig.10 - Réfraction d'un rayon lumineux. Relation entre θ et θ' .

Nous pouvons considérer le cas où n croît avec la profondeur optique τ ; c'est en effet ce qui se produit au moins dans les couches supérieures de l'atmosphère, si celle-ci n'est pas trop riche en électrons libres. Dans ce cas la courbure du rayon lumineux se présente comme nous l'avons représentée sur la figure 10 : les angles marqués étant tous positifs, θ est $< \theta'$. Nous avons vu que la courbure des couches produisait sur θ une variation en sens inverse, nous devons donc nous attendre à trouver des résultats qualitativement opposés à ceux que nous avons obtenus: diminution de la contribution des couches supérieures au rayonnement, et augmentation de celle des couches profondes.

Quelle sera alors la variation prépondérante? Il n'est plus possible de répondre d'une manière générale. La réponse liée aux variations de n , peut être très différente d'une atmosphère à une autre⁽¹⁾. Dans le cas du soleil, nous verrons que les variations de n avec la profondeur présentent des irrégularités liées aux variations de la constitution de son atmosphère et des conditions physiques qui y règnent : ces irrégularités empêchent d'affirmer que R et $d\varphi$ gardent le même signe que θ , et par suite de prévoir si l'influence de la réfraction reste qualitativement conforme à ce que nous avons dit dans le cas considéré ci-dessus. Le calcul dans chaque cas particulier est nécessaire pour donner une réponse précise.

B. - Cas de l'atmosphère solaire

Nous allons préciser ici l'influence de la réfraction sur le rayonnement au bord extrême du disque solaire, pour la radiation $0,5\mu$.

Dans un travail préliminaire, j'ai calculé l'indice de réfraction de l'atmosphère solaire, en adoptant les résultats les plus récents [29] sur les variations de la température et de la pression en fonction de τ (Cf. [30], 1^{ère} partie). La connaissance de l'épaisseur géométrique h des couches déjà utilisée plus haut fixe les variations de n en fonction de la distance au centre, et permet de calculer la déviation R subie par un rayon lumineux entre un point quelconque et la surface, ainsi que la valeur de l'angle sous lequel ce rayon traverse les différentes couches : c'est ainsi qu'ont pu être déterminées les trajectoires des rayons qui sortent tangentielle-

(1) Remarquons que l'effet de la réfraction serait exactement égal et opposé à celui de la courbure si, par suite de la réfraction, l'angle θ restait constant, c'est-à-dire si la trajectoire du rayon lumineux était une portion de spirale logarithmique (cas où n est proportionnel à $1/r$.) On serait alors ramené au cas d'une atmosphère plane.

ment des couches de profondeurs optiques $\tau_M = 0,2$ 1 et 5 ([30], 2ème partie). Ces rayons sortent très près du bord extrême du disque solaire, à des distances du centre respectivement égales à $0,9998_3$, $0,9997_3$ et $0,9996_9$. La déformation subie par ce dernier rayon est déjà très faible, l'influence de la réfraction, bien plus petite en ce point que celle de la courbure des couches, ne se fera pas sentir plus près du centre.

Nous préciserons cette influence sur les deux rayons extrêmes, d'après les variations de C lorsque l'on passe des couches sphériques sans réfraction aux couches sphériques avec réfraction, variations que l'on déduit sans difficulté de l'expression rigoureuse (9) de C.

Les courbes de la figure 11 font connaître les résultats obtenus. Qualitativement, ces résultats sont conformes à ce que les considérations générales du paragraphe précédent nous avaient fait prévoir : diminution de C dans les couches supérieures, augmentation dans les couches inférieures. Cette dernière variation l'emportant sur la première, il en résulte que la réfraction renforce l'intensité près du bord extrême dans le cas du soleil.

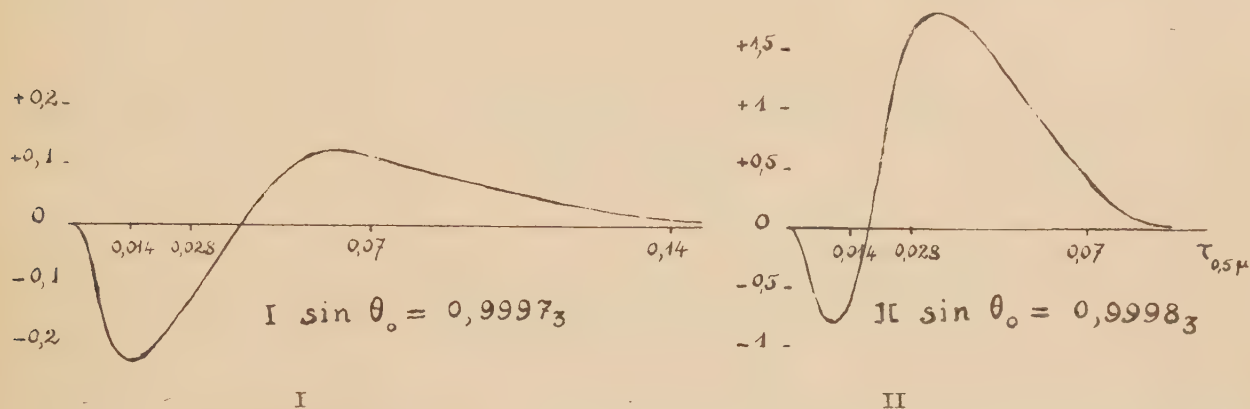


Figure 11. - Variation de la contribution des couches de l'atmosphère solaire au rayonnement de la radiation $0,5 \mu$ près du bord extrême du disque, par suite de la réfraction des rayons lumineux.

I $\sin \theta_0 = 0,9997_3$ II $\sin \theta_0 = 0,9998_3$.

Ainsi, malgré des effets opposés dans les couches supérieures et inférieures, la courbure des couches et la réfraction des rayons lumineux produisent toutes deux une augmentation de l'intensité de la radiation $0,5 \mu$ près du bord extrême du disque solaire. Nous précisons ces variations en fonction de $\sin \theta_0$ dans le tableau III, en admettant, comme dans la solution classique, que le polynôme du 2ème degré représente I/I_0 à la surface de l'atmosphère plane et non réfringente :

TABLEAU III

Variations de l'intensité de la radiation $0,5 \mu$ près du bord extrême du disque solaire

- 1) quand on néglige la courbure des couches et la réfraction,
- 2) quand on tient compte de la courbure des couches seule,
- 3) quand on tient compte de cette courbure et de la réfraction.

$\sin \theta_0 =$	0,95	0,975	0,990	0,995	0,998	0,999	0,9995	0,9997 ₃	0,9998 ₃
1) :	0,5187	0,4466	0,3797	0,3451	0,3139	0,2980	0,2867	0,2795	0,2753
2) :	0,5183	0,446	0,379	0,344	0,313	0,296	0,2855	0,283	0,284
3) :	"	"	"	"	"	"	"	0,284	0,295

Au-delà du dernier point considéré, le point le plus profond de la trajectoire du rayon lumineux - de profondeur optique τ_M - intervient d'une manière non négligeable dans le rayonnement émergent. Les couches de profondeur optique moindre interviennent de nouveau, mais c'est alors leur rayonnement dans une direction dirigée vers l'intérieur de l'astre qu'il faut considérer. Le calcul ne peut être poursuivi que dans le cas d'une atmosphère isotrope.

Dans ce cas, le renforcement de I/I_0 doit rapidement décroître près du bord. Au-delà du dernier point considéré l'expression (9) de C devient en effet :

$$(J/I_0) \cdot \sec \theta \cdot \exp\left(-\int_0^{\tau_M} \sec \theta \cdot d\tau + \int_{\tau_M}^{\tau} \sec \theta \cdot d\tau\right)$$

τ étant $< \tau_M$, et l'angle θ étant pris avec sa détermination comprise entre 0 et 90° .

Jusqu'à τ_M , $\sec \theta$ croît avec τ et $\exp(-\int_0^{\tau} \sec \theta \cdot d\tau)$ décroît plus rapidement que dans une atmosphère plane, le résultat des deux variations étant une diminution de C par rapport à ce que l'on aurait dans une atmosphère plane. Au-delà de τ_M , $\sec \theta$ décroît en même temps que l'exponentielle : la diminution de C se trouve alors renforcée.

Dans ce domaine le calcul ne peut être fait avec précision, parce que les couches superficielles - de profondeur optique $\bar{\tau} < 0,01$ -, mal connues quant à leur épaisseur et à leurs propriétés, prennent de l'importance. Nous avons en outre signalé combien la notion de "surface" était peu précise, il en résulte une imprécision du même ordre de la définition du bord du disque, qui enlève toute valeur aux résultats auxquels on serait conduit.

Contrairement à ce qui a lieu pour l'influence de la courbure des couches, phénomène géométrique, la réfraction ayant une origine purement physique, il ne peut être tenu compte de son influence sur des résultats extrapolés, mais exclusivement sur des résultats expérimentaux. Localisée dans un domaine très étroit ($\cos \theta_0 \leq 0,025$), la réfraction ne pourra donc être prise en considération que lorsque des résultats de mesures auront été obtenus dans ce domaine.

III. - LA COURBURE DES COUCHES DE L'ATMOSPHERE SOLAIRE ET SES CONSEQUENCES SUR LES VARIATIONS DE LA FONCTION-SOURCE ET SUR L'ESTIMATION DES TEMPERATURES DANS CETTE ATMOSPHERE.-

Les renseignements que l'on tire des mesures de l'assombrissement à la surface du disque solaire sont obtenus à partir de l'équation de transfert. Lorsqu'on ne tient pas compte de la courbure des couches, cette équation permet de passer très simplement de l'expression de la fonction-source $s/\kappa = B$, exprimée en fonction de τ , à celle de l'assombrissement $I(\theta, \theta)$ à la surface, et *vice versa*. On sait que c'est ainsi qu'ont été obtenues les expressions de $B(\tau)$ pour chaque radiation, expressions sur lesquelles repose notre connaissance de l'atmosphère solaire. Des investigations plus récentes ont cependant fait apparaître des inexactitudes, tant en ce qui concerne la température superficielle du soleil, qu'en ce qui concerne les variations de $B(\tau)$ dans les couches supérieures de l'atmosphère solaire, inexactitudes que l'on a essayé d'expliquer par des phénomènes secondaires tels qu'un effet de "blanketing" ou un effet de turbulence localisée dans ces couches.

Nous avons montré dans la première partie, qu'il était possible d'obtenir une expression de l'assombrissement à la surface d'une atmosphère formée de couches sphériques, expression qui ne diffère du polynôme en $\cos \theta$ que l'on considère habituellement que par l'addition de termes supplémentaires. Dans le cas du soleil, ces deux expressions restent très voisines sur tout le disque, et peuvent être tenues pour équivalentes, en dépit d'un léger avantage de la première, si l'on s'en tient à la seule représentation de l'assombrissement observé.

Dans les paragraphes qui précèdent, nous avons vu en outre qu'il était possible d'évaluer l'influence de la courbure des couches sur le rayonnement de l'atmosphère solaire; cette influence atteint jusqu'à 10% de l'intensité au bord, elle ne peut être négligée si l'on veut tirer parti de l'assombrissement à partir de l'expression obtenue à la surface de l'atmosphère sphérique⁽¹⁾.

Si l'on admet que le polynôme en $\cos \theta$ est identique à l'expression obtenue, il est alors évident que l'on doit apporter des corrections aux résultats donnés par le polynôme et habituellement retenus. Nous sommes ainsi amenés à nous demander si les faibles écarts qui subsistent entre les deux représentations résultent bien de l'influence de la courbure des couches, c'est-à-dire si le polynôme représente bien l'assombrissement à la surface de l'atmosphère solaire "rectifiée". *A priori*, il est à peu près certain que cela ne peut avoir lieu, puisque l'influence de la courbure des couches fait intervenir leur épaisseur, alors que le polynôme est une expression de l'assombrissement qui découle de l'équation de transfert appliquée à une atmosphère dans laquelle on ne tient compte que de la répartition des couches en couches planes, sans considération de leur épaisseur géométrique.

(1) On commettrait de la sorte une erreur semblable à celle qui peut résulter de l'extrapolation de l'assombrissement jusqu'au bord. L'importance de cette extrapolation sur les résultats a souvent été soulignée (voir par exemple EVANS [34]).

Du point de vue de la représentation des résultats d'observation, l'extrapolation est certes peu importante, le paramètre est alors $\sin \theta$ et l'extrapolation ne porte que sur 3 à 5% de l'intervalle de variation de la variable. En fonction de $\cos \theta$ par contre, elle porte sur 25 à 30% de cet intervalle.

Nous allons montrer que le polynôme ne peut représenter l'assombrissement à la surface de l'atmosphère "rectifiée", et nous chercherons alors les conséquences de la considération de la courbure des couches de l'atmosphère solaire sur les variations de $B(\tau)$ et sur l'estimation des températures dans cette atmosphère.

1. - Insuffisance des polynômes en $\cos \theta$ pour représenter l'assombrissement à la surface de l'atmosphère solaire "rectifiée".

On remarquera tout d'abord que ces polynômes sont déterminés à partir de mesures effectuées sur la partie du disque solaire où l'atmosphère peut indifféremment être considérée comme plane ou sphérique, puisque l'influence de la courbure, localisée près du bord, reste inaccessible à l'observation directe. Un polynôme en $\cos \theta$ est une approximation de la loi d'assombrissement qui n'a en soi aucune signification physique, il peut donc tout aussi bien représenter *a priori* l'assombrissement à la surface de l'atmosphère solaire "sphérique" - ce qui correspond à la réalité - qu'à la surface d'une atmosphère solaire "plane" - cas approché seulement -. On admet habituellement qu'il représente effectivement l'assombrissement à la surface de l'atmosphère plane parce que l'équation de transfert donne très facilement $B(\tau)$ dans ce cas, et parce que, l'influence de la courbure des couches n'ayant jamais été étudiée, on admettait *a priori* que cette influence pouvait être négligée jusqu'au bord. Notons bien en tout cas que la simplification du passage de $B(\tau)$ à $I(0, \theta)$, qui revient à remplacer $\sec \theta$ par $\sec \theta_0$ dans l'expression (3) ou (3') - page 6 -, simplification purement mathématique, indépendante des propriétés de l'atmosphère et en particulier de son épaisseur, ne peut justifier l'assimilation de l'atmosphère solaire à une atmosphère plane.

Dans la première partie, nous sommes arrivés à une expression qui n'est certes qu'une approximation aussi de la loi d'assombrissement, et qui n'a elle non plus aucune signification physique, mais d'après la manière même dont nous l'avons obtenue, nous savons qu'elle est valable jusqu'au bord et représente l'assombrissement à la surface de l'atmosphère "sphérique" sans ambiguïté. L'estimation de l'influence de la courbure des couches sur le rayonnement près du bord nous permet alors de voir dans quelle mesure le polynôme peut représenter l'assombrissement à la surface de l'atmosphère "rectifiée".

Sur la partie du disque où les mesures peuvent être faites, l'influence de la courbure est identiquement nulle (sauf peut-être au dernier point - $\sin \theta = 0,95$ - où cette influence commence à se faire sentir). Si on prête au polynôme du 2ème degré la signification qu'on lui donne habituellement, cette influence est représentée par la différence entre les 1ères et 2èmes lignes du tableau I, page 15. Pour $\lambda 5010 \text{ \AA}$, cette différence ($\times 10^4$) est :

+ 13 + 1 - 1 - 11 - 10 - 5 + 2 + 8 + 8 + 3 - 9.

Ces valeurs sont légèrement inférieures aux résidus laissés par le polynôme du 2ème degré, elles semblent donc satisfaisantes. Remarquons toutefois que les erreurs de mesures ont modifié les deux représentations de l'assombrissement dans le même sens, leur influence sur la différence doit alors être très faible et les valeurs obtenues sont sans doute un peu fortes. Pour les réduire, il conviendrait d'ajouter un polynôme du 3ème degré, pour rendre compte de l'allure de leurs variations (valeurs nulles pour $\cos \theta = 0,98, 0,70$ et $0,35$ environ), et même de degré plus élevé si l'on veut rendre compte de leurs plus fortes valeurs au centre qu'au bord.

Avec l'approximation que peut donner le 2ème degré, nous admettrons cependant que la représentation est acceptable sur le disque. Comment l'influence de la courbure des couches près du bord du disque est elle alors représentée? Pour le savoir, nous calculerons successivement : $\alpha + \beta \cdot \cos \theta + \gamma \cdot \cos^2 \theta - a_1 \cdot \sin^2 \theta \cdot \log \operatorname{tg}(\theta/2)$, $A + B \cdot \cos \theta + C \cdot \cos^2 \theta$ et leur différence aux huit points que nous avons considérés pour calculer l'influence de la courbure des couches (Ch.I.B, p. 24). Les résultats obtenus sont reproduits dans les lignes qui suivent (2ème, 3ème et 4ème lignes); la première et la dernière ligne rappellent les abscisses des points considérés et les valeurs de C obtenues précédemment :

$\cos \theta =$	0,22220	0,14107	0,09987	0,06321	0,04471	0,03162	0,02324	0,01844,
1)	0,4438	0,3744	0,3383	0,3056	0,2889	0,2769	0,2693	0,2649
2)	0,4466	0,3797	0,3451	0,3139	0,2980	0,2868	0,2795	0,2753
1 - 2)	-0,0028	-0,0053	-0,0068	-0,0083	-0,0091	-0,0099	-0,0102	-0,0104
C	-0,0005	-0,0007	-0,0010	-0,0010	-0,0020	-0,0010	+0,0035	+0,0090

Les courbes de la figure 12, qui représentent les variations de C et celles de la différence 1-2 montrent bien que cette dernière ne peut servir à représenter C. La comparaison des lignes 1) et 2) montre que le polynôme du 2ème degré ne peut être retenu que comme approximation de la loi d'assombrissement à la surface de l'atmosphère "sphérique". Il convient avant d'exploiter la loi d'assombrissement habituellement retenue de lui apporter une modification, et d'examiner les conséquences de cette modification. A partir du polynôme du 3ème degré

on arrive à des conclusions du même ordre. Dans ce qui suit nous adopterons notre formule pour représenter l'assombrissement observé, parce qu'il nous semble plus correct d'extrapoler les résultats de mesures jusqu'au bord avec cette formule, mais bien entendu, la correction de courbure peut être appliquée à toute autre formule approchée.

2. - Sur la détermination de la température superficielle T_0 de la photosphère solaire. -

On sait que dans une atmosphère plane en équilibre thermodynamique, cette température découle directement de l'équation de transfert et de la connaissance de l'intensité des radiations au bord du disque (terme constant des formules).

Dans un article sur la structure de l'atmosphère solaire [23], BARBIER examine l'influence du terme $\cos^3 \theta$ sur le résultat : il observe une variation assez sensible de c_2/T_0 avec λ (variation qu'il n'admet pas), et une valeur anormalement faible de cette quantité pour $\lambda = 0,534 \mu$, une des radiations les mieux étudiées d'ABBOT (104 séries de mesures). Si l'on ne tient pas compte de l'influence de la courbure des couches, et si l'on adopte la valeur de l'intensité donnée par notre formule (égale à α), on constate d'une part une légère diminution de la variation de c_2/T_0 (1), et d'autre part la suppression de l'anomalie relevée par BARBIER pour $\lambda 0,534 \mu$.

Les résultats auxquels on arrive sont les suivants :

TABLEAU IV

Valeurs des termes constants et de c_2/T_0 obtenues en représentant l'assombrissement des radiations visibles :

- 1) par des polynômes du 2ème degré d'après BARBIER,
- 2) " " " 3ème " "
- 3) par des formules avec un terme $\sin^2 \theta$. Log $\lg(\theta/2)$.

$\lambda =$	0,456	0,481	0,501	0,534	0,604	0,670	0,699 μ
1 : (2ème degré) A :	0,1837	0,2277	0,2593	0,3018	0,3668	0,4088	0,4218
2 : (3ème degré) A_0 :	0,1786	0,2192	0,2444	0,3119	0,3288	0,3566	0,3716
3 : ($\sin^2 \theta$. $\text{Log} \frac{\theta}{2}$) α :	0,1804	0,2158	0,2479	0,2975	0,3540	0,3922	0,4023
c_2/T_0 (1 :	2,997	2,953	2,930	2,898	2,904	2,916	2,929
(2 :	3,010	2,970	2,960	2,816	2,971	3,007	3,017
(3 :	3,005	2,976	2,953	2,928	2,926	2,945	2,973

Avec la nouvelle représentation, la valeur de c_2/T_0 est alors de 2,955 - au lieu de 2,91 et 2,97 -, et la température superficielle 4840°K - au lieu de 4910 et 4820°K -. On constate une fois de plus l'analogie de notre formule avec le polynôme du 3ème degré (sauf pour $\lambda 0,534 \mu$, mais cela tient certainement à ce que LUNDBLAD n'a pas calculé ses coefficients par la méthode des moindres carrés, cela ressort de la valeur élevée du résidu laissé au centre par sa formule), ceci confirme la conclusion du paragraphe précédent.

Mais d'après ce que nous avons vu, il y a lieu dans l'un comme dans l'autre cas de tenir compte de la courbure : la valeur de l'intensité près du bord devant être modifiée dans le sens d'une diminution, diminution de l'ordre de 10% au bord du disque. L'intensité au bord n'est plus alors égale à α , mais à la valeur de α diminuée de 0,025, la correction ainsi apportée pouvant aller de 0,008 à 0,075 : l'intensité au bord prend alors la valeur 0,223 (0,240 à 0,173), ce qui donne pour $\lambda 0,501 \mu$: $c_2/T_0 = 3,003$ (2,970 à 3,104), soit $T_0 = 4760^\circ \text{K}$ (4820 à 4610°K).

Ce résultat est à rapprocher de ceux qu'ont obtenus CHANDRASEKHAR [35], UNSÖLD [36] et MÜNCH [37]; ce dernier donne comme valeur la plus probable $T_0 = 4600^\circ \text{K}$. Les résultats de ces auteurs sont obtenus à partir des variations

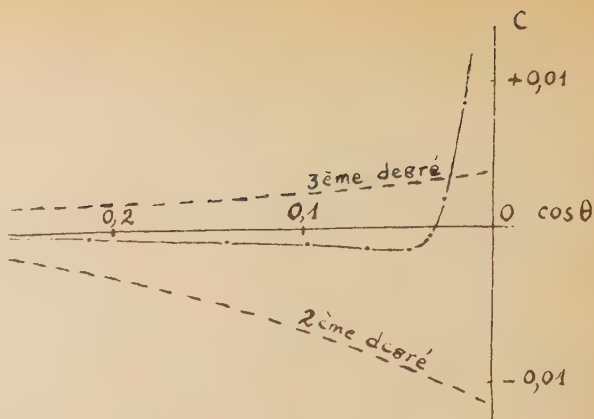


Fig.12 - Variations de C : déterminées directement (—) données par les polynômes du 2ème et du 3ème degré (---)

(1) Nous n'attachons que peu d'importance à cette réduction. A notre avis, la variation des couches qui constituent la "photosphère" en fonction de λ (Chapitre I B, page 22) peut justifier une variation du résultat.

observées des raies de Fraunhofer, en admettant que celles-ci ont leur origine dans une couche d'épaisseur finie, et non seulement à la surface comme on le suppose dans le modèle de Schuster. Le désaccord de ces résultats avec celui que donne la mesure de l'assombrissement avait été signalé, nous voyons que la considération de la courbure des couches de l'atmosphère solaire permet de le réduire sensiblement, en dehors de toute erreur pouvant résulter de l'extrapolation de l'assombrissement jusqu'au bord extrême.

3. - Sur les variations de la fonction-source $B(\tau)$ dans les couches supérieures de l'atmosphère solaire.

Quelle que soit la formule que l'on adopte pour représenter l'assombrissement à la surface du soleil, nous avons montré que les résultats obtenus près du bord doivent être corrigés de l'effet de la courbure des couches, et nous venons de voir que cette correction est loin d'être négligeable au bord extrême.

Nous avons représenté sur la figure 12 les variations de l'effet de la courbure C déterminées pour $\lambda 0,501\mu$ au chapitre I B. La correction correspondante est égale et opposée : elle se traduit au bord extrême par une diminution de l'intensité beaucoup plus rapide que ne l'indiquent les formules non corrigées. La figure 13 montre les variations que donnent le polynôme du 3^{ème} degré (courbe 1), la loi en $\sin^2 \theta \cdot \log \operatorname{tg}(\theta/2)$ (courbe 2) (d'après les résultats du tableau I, cette courbe coupe la première aux deux points $\cos \theta = 0,98$ et $0,85$, et elle est au-dessous entre ces deux points), enfin cette même loi corrigée de l'effet de la courbure des couches (courbe 2') : la correction de courbure relève la courbe 2 entre $\cos \theta = 0,3$ et $0,03$, de $0,03$ à 0 elle introduit une chute brusque (par rapport à l'assombrissement observé⁽¹⁾).

Au bord extrême et dans le voisinage immédiat, $\cos^2 \theta$ est négligeable par rapport à $\cos \theta$: dans ce domaine, les variations de l'intensité I/I_0 sont proportionnelles à $\cos \theta$, avec un coefficient élevé, puisque ces variations y sont rapides; or $B(\tau)$ y présente les mêmes variations, puisque l'équation de transfert transforme $a+b \cdot \cos \theta$ en $a+b \cdot \tau$ et que la transformation du terme $c \cdot \cos^2 \theta$ en $(c/2) \cdot \tau^2$, rend τ^2 négligeable par rapport à τ aussi longtemps que $\cos^2 \theta$ l'est par rapport à $\cos \theta$.

Ainsi qualitativement, nous pouvons affirmer que la correction qu'il convient d'effectuer pour tenir compte de la courbure des couches entraîne un renforcement de $B(\tau)$ pour les faibles valeurs de τ , suivi d'une brusque diminution au voisinage de la surface : ce résultat est en parfait accord avec la variation en "dent de scie" introduite par UNSÖLD pour éviter certaines imperfections relevées à l'encontre des résultats antérieurs, et en particulier pour expliquer la visibilité des filaments à la surface du disque solaire. (Cf. [24]).

On voit en outre tout de suite que si l'on veut tenir compte de la correction de courbure pour obtenir la loi d'assombrissement à la surface de l'atmosphère solaire "rectifiée", sans perdre de précision sur le disque, on devra choisir un degré supérieur à 3; la chute brusque de l'intensité au bord laisse prévoir qu'un degré bien supérieur sera nécessaire si l'on veut représenter les résultats que nous avons obtenus au chapitre I, sous la forme d'un polynôme de degré n .

4. - L'influence de la courbure des couches de l'atmosphère solaire sur la répartition de la température déduite de l'assombrissement.

La correction introduite pour tenir compte de la courbure des couches a, comme nous venons de le voir, une influence certaine sur les variations de $B(\tau)$ et par suite sur la répartition de la température dans les cou-

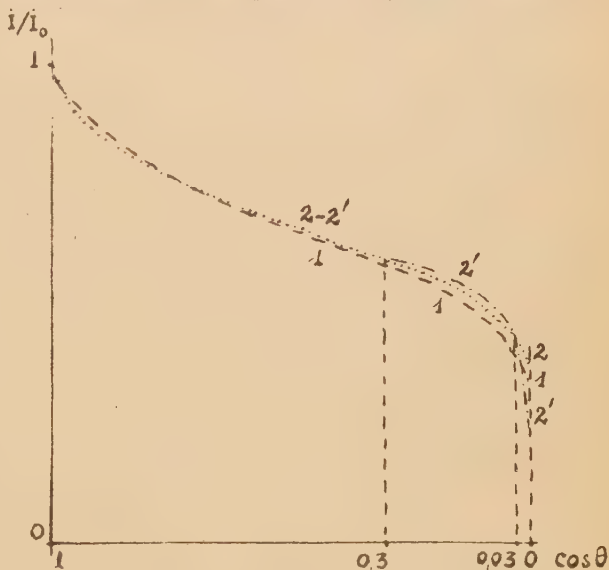


Fig. 13 - Courbes représentatives de l'assombrissement :

- 1) Polynôme du 3^{ème} degré : — — —
- 2) Loi en $\sin^2 \theta \cdot \log \operatorname{tg}(\theta/2)$:
2') Loi après "rectification" de l'atmosphère : - - - -

(1) Si un jour des observations faites au bord extrême décèlent un renforcement effectif de l'intensité I au bord - ce que nous avons admis implicitement page 24 en employant l'expression de "bourrelet" - la chute décrite devra être réduite en conséquence. Mais il se peut que le "bourrelet" se traduise simplement par une diminution de l'assombrissement extrapolé. Remarquons à ce sujet qu'un résultat expérimental obtenu au bord extrême, quel qu'il soit, devra être corrigé en outre de l'influence de la réfraction des rayons lumineux, ce qui - d'après nos résultats du chapitre II - tendra à augmenter la chute de l'intensité (par rapport à la chute observée).

ches supérieures de l'atmosphère solaire. Cette influence peut-elle se prolonger dans les couches plus profondes? Si l'on s'en tient à la représentation des phénomènes par un polynôme de degré n en $\cos \theta$, nous devons répondre par l'affirmative. Pour représenter l'effet de la courbure, nous devons écrire que cet effet est nul - ou du moins négligeable - pour toute valeur de $\cos \theta > 0,3$, il en sera alors de même de la correction qui lui est égale et opposée, mais il n'y a alors aucune raison pour qu'il en soit de même pour $B(\tau)$. Au centre par exemple la correction doit être nulle, si nous la représentons par $a + b \cdot \cos \theta + c \cdot \cos^2 \theta + d \cdot \cos^3 \theta + \dots$, nous devons avoir $a + b + c + d + \dots = 0$, et à la profondeur optique $\tau = 1$ correspondra une variation de $B(\tau) = a + b + (c/2) + (d/3!) + \dots$, variation sur la grandeur de laquelle nous ne pouvons rien dire *a priori*.

Nous préciserons cette variation de $B(\tau)$ et de la température jusqu'à $\tau = 1$ (Nous discutons plus loin la validité des résultats aux moyennes et aux grandes profondeurs).

La représentation des variations de C demande un polynôme de degré élevé : pour obtenir une représentation satisfaisante qualitativement, nous sommes amenés à choisir le 9^{ème} degré. La figure 14 représente les variations de C obtenues comparées aux valeurs théoriques : sauf en un point les valeurs de C sont partout trop faibles, nous sommes ainsi assurés de ne pas exagérer l'effet étudié, au dernier point calculé en particulier C se trouve réduit au neuvième de sa valeur. Une meilleure représentation exigerait un degré encore supérieur⁽¹⁾.

Les variations ΔB de $B(\tau)$ correspondantes sont représentées par la courbe 1 de la figure 15. Pour $\tau \approx 0$, la correction doit être multipliée par 10 environ, les valeurs réelles de ΔB dans les couches supérieures sont alors celles que nous avons représentées en trait plein. La variation "en dent de scie" annoncée qualitativement au paragraphe précédent, conforme à la variation demandée par UNSOLD, se trouve ainsi précisée.

Les variations ΔT de T qui en résultent sont représentées sur la courbe 2, et récapitulées - ainsi que celles de ΔB - dans le tableau suivant :

$\tau =$	0	0,01	0,02	0,05
$\Delta B =$	-0,04	-0,02	-0,03	+0,005
$\Delta T =$	-130°	-60°	-8°	+20°

$\tau =$	0,1	0,2	0,3	0,4
$\Delta B =$	+0,005	-0,001	-0,008	-0,0115
$\Delta T =$	+12°	-2°	-16°	-20°

$\tau =$	0,5	0,7	1
$\Delta B =$	-0,008	+0,014	+0,0415
$\Delta T =$	-14°	+20°	+54°

Extrapolation et critique des résultats.

J'ai signalé, page 4, l'inconvénient que présente le polynôme choisi pour représenter $B(\tau)$ pour les grandes valeurs de τ , cet inconvénient subsiste quand on représente C par un polynôme en $\cos \theta$. L'extrapolation de ΔB au-delà de $\tau = 1$ est étroitement liée à l'expression de C pour les valeurs de la variable > 1 (bien que cette extrapolation n'ait pas de signification physique). Or C est nul dans tout l'intervalle (0,3 - 1), la seule extrapolation acceptable est celle qui laisse à C une valeur nulle pour toute valeur de la variable > 1 : un polynôme de degré n ne peut rendre compte de cette propriété que dans un domaine fini et d'une manière approchée seulement même avec un degré élevé. Cette re-

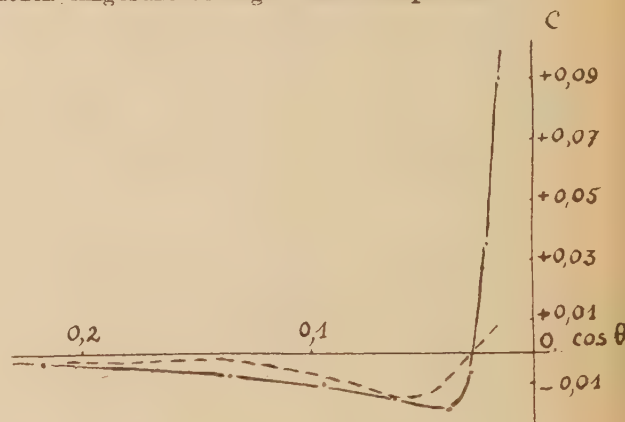


Fig.14 - Variations de C théoriques : — et représentées : - - -

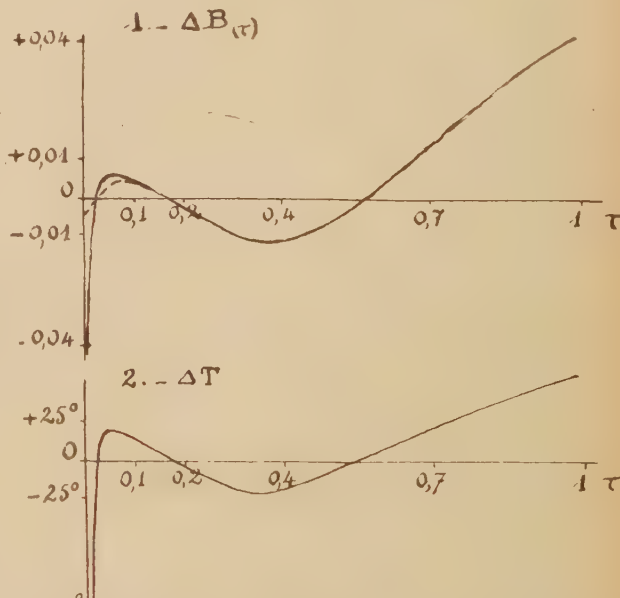


Fig.15 - Corrections à apporter à $B(\tau)$ et à la température T des couches de l'atmosphère solaire, pour tenir compte de leur courbure.

(1) La représentation obtenue multipliée par 1,4 représente assez exactement C dans le cas où l'on donne aux couches superficielles - $\tau < 0,01$ - leur valeur minimum h_m (Cf. p. 24).

marque montre qu'un polynôme est inadéquat pour représenter C et qu'il doit en être de même, indépendamment de la valeur infinie de B à la base de la photosphère, pour représenter l'assombrissement à la surface de l'atmosphère rectifiée.

Mais le but de ce chapitre n'était pas de discuter la validité des représentations de $B(\tau)$ proposées jusqu'ici, mais tout simplement de montrer de quelle nature et de quel ordre de grandeur était l'erreur commise jusqu'à présent en négligeant la courbure des couches de l'atmosphère solaire, afin de montrer que les mesures de l'assombrissement correctement interprétées conduisent à des résultats en bon accord avec ceux que donnent les autres observations. Nous ne retiendrons, si l'on veut, que les variations obtenues près de la surface, et le sens des variations pour les valeurs moyennes de τ ⁽¹⁾. Ceci suffit pour montrer que les désaccords relevés par les auteurs peuvent s'expliquer par une insuffisance de la représentation de l'assombrissement mesuré et par l'application sans précaution de l'équation de transfert à une représentation brute - et par suite incorrecte - de l'assombrissement. La considération de la courbure des couches tend à faire disparaître ces désaccords, elle met en outre en évidence une diminution suivie d'une augmentation du gradient de température aux profondeurs optiques moyennes (0,2 à 0,5); cette variation étant une variante de la variation brusque - et théorique - introduite par UNSOLD au voisinage de $\tau = 0,2$

A la lumière de ces résultats, que peut-on dire des corrections introduites au cours de ces dernières années pour expliquer les désaccords signalés ("blanketing", convection, "rugosité")? Nous avons vu (Chapitre IB) qu'il n'était pas possible de donner une valeur très précise de l'effet de courbure (T superficielle comprise entre 4600 et 4800°K), il est alors possible que les autres corrections subsistent, mais il est évident qu'elles doivent être considérablement réduites.

IV. - DISCUSSION

Nous avons obtenu une amélioration des résultats tirés des mesures de l'assombrissement, en tenant compte de la courbure des couches de l'atmosphère solaire. Peut-on considérer ces résultats comme définitifs? Certainement non. Les résultats antérieurs étaient entachés de deux sortes d'erreurs :

1. - Une erreur résultant de l'assimilation de l'atmosphère solaire à une atmosphère plane;
2. - Une erreur résultant de l'extrapolation des mesures de l'assombrissement jusqu'au bord (dans un domaine qui, dans les applications, couvre plus du quart de l'intervalle de variation de la variable).

Nous nous sommes attachés à faire disparaître la première erreur, et nous avons montré qu'elle expliquait les contradictions auxquelles on est conduit quand on compare les résultats donnés par l'étude de l'assombrissement des radiations monochromatiques à la surface du soleil et par d'autres observations faites ultérieurement. Mais il est certain que la loi d'assombrissement à la surface de l'atmosphère "sphérique" à laquelle nous nous sommes arrêtés n'est qu'une approximation qui, elle aussi, est entachée de la deuxième erreur. L'extrapolation des résultats de mesures jusqu'au bord ne peut être évitée que par des mesures de l'intensité près du bord. On sait qu'actuellement ces mesures sont entreprises chaque fois qu'une éclipse totale de soleil a lieu. Les résultats obtenus sont encore incertains; nous les confronterons avec nos conclusions dans des notes séparées, et montrerons que l'accord est satisfaisant qualitativement. Nous ferons connaître en outre les remarques que l'on peut faire à propos des résultats quantitatifs obtenus jusqu'ici.

L'approximation du 2^{ème} degré à laquelle nous nous sommes arrêtés pour représenter $I(\tau)$ est-elle suffisante?

- Du point de vue théorique, nous devons répondre par la négative. Lorsque nous avons donné l'interprétation des coefficients de la loi d'assombrissement (1^{ère} partie, page 10), nous avons vu que certains termes avaient des coefficients indéterminés, et nous avons dit qu'ils devaient être rejetés (page 13). Mais avec l'approximation du 2^{ème} degré, le coefficient de $\cos^2\theta$ est lui-même indéterminé ($\gamma = -k'$) et nous l'avons gardé

(1) On obtient une solution plus générale et plus satisfaisante pour représenter $B(\tau)$ - et par suite C - en partant d'un polynôme de τ multiplié par un facteur $\exp(b\tau)$. Avec cette solution, $\Delta B(\tau)$ - et par suite ΔT - se trouve réduit par la présence de ce facteur (b est en effet < 0); dans la solution habituelle, on suppose ce facteur égal à 1 a priori (b = 0). ΔB est alors pratiquement nul pour $\tau > 0,5$. Mais cette généralisation n'est pas la seule que l'on puisse imaginer. Ce n'est qu'à la surface que ces diverses approximations coïncident.

pour pouvoir représenter l'assombrissement avec une précision suffisante, alors que théoriquement nous aurions dû considérer l'approximation suivante. Avec le 3^{ème} degré, (Cf. 1^{ère} partie, II, page 11) on peut sans inconvénient supposer nulles toutes les constantes indéterminées k, k', k'' ; la loi d'assombrissement reste du 3^{ème} degré en $\cos \theta$, elle s'écrit :

$$I/I_0 = \alpha + \beta \cdot \cos \theta + \gamma \cdot \cos^2 \theta + \delta \cdot \cos^3 \theta - a_1 \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2) \cdot (1 - \kappa_0 \cdot \cos \theta).$$

Si l'on remarque que $\gamma = -\kappa_0 \cdot a_1$, on constate qu'une seule nouvelle constante s'est introduite, et le terme supplémentaire prend la forme : $-(a_1 + \gamma \cdot \cos \theta) \cdot \sin^2 \theta \cdot \text{Log tg}(\theta/2)$.

- Dans la pratique, il semble aussi que l'approximation du 2^{ème} degré soit insuffisante : elle revient en effet à représenter les variations de I/I_0 le long de l'axe par le polynôme $I(r, 0) = A_0 + A_1(0) \cdot r + A_2(0) \cdot r^2$. Or, en fonction de τ , cette quantité est représentée en toute rigueur par l'expression indiquée page 6, qu'il est possible de calculer pour toute valeur de τ que l'on veut. Nous avons fait ce calcul pour $\lambda 0,501\mu$ en évaluant la précision obtenue en chaque point; les résultats sont les suivants :

τ :	0	0,1	0,4	1	2	3	4	5	7	9
I/I_0 :	0,998	1,047	1,200	1,482	1,913	2,278	2,61	2,76	2,93	2,9
$\pm$:	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%	0,4%	0,7%	1,2%	2%	3,5%	6%

Connaissant les variations de r en fonction de τ (Cf. [30]), nous avons essayé de représenter ces résultats par un polynôme du 2^{ème} degré : il n'est pas possible de calculer une expression satisfaisante dans les limites des erreurs possibles. Une expression du 3^{ème} degré permet tout juste de le faire. En réalité, cette imperfection résulte bien plus du fait que les valeurs de I/I_0 ont été calculées à partir des valeurs de $B(\tau)$ déduites du polynôme du 2^{ème} degré, valeurs qu'il conviendrait de corriger conformément aux résultats que nous avons obtenus. Il est alors possible que cette correction modifie légèrement nos résultats. Nous n'avons pas retenu ce perfectionnement : l'amélioration que l'on en tirerait, est certainement inférieure à l'erreur commise dans l'évaluation de l'effet de la courbure.

Seul l'argument théorique nous incite donc à retenir l'approximation suivante, mais le calcul de la précision obtenue dans la détermination des coefficients de la loi d'assombrissement nous a montré que cela n'était possible qu'en augmentant la précision des mesures ou en prolongeant le domaine des mesures vers le bord du disque, et nous devons nous contenter de la solution approchée que nous avons retenue, solution certainement meilleure que les précédentes puisque tout en donnant une précision au moins aussi bonne de l'assombrissement observé, elle rend compte d'un nouveau phénomène et fait disparaître des imperfections relevées à l'encontre des autres.

Après cette correction, l'erreur principale commise dans l'exploitation des résultats de mesures de l'assombrissement résulte de l'extrapolation de ces résultats jusqu'au bord du disque, aussi est-ce dans la détermination directe de l'intensité près du bord - dans un domaine où la courbure des couches ne peut être négligée - que l'on doit chercher une nouvelle amélioration de notre connaissance des variations des propriétés de l'atmosphère solaire : une correction pour tenir compte de la courbure des couches et éventuellement de la réfraction des rayons lumineux, correction que font connaître nos résultats, devra alors être appliquée aux valeurs obtenues expérimentalement.

TROISIEME PARTIE

L'INTENSITE RELATIVE DES RADIATIONS DU SPECTRE VISIBLE A LA SURFACE DE L'ATMOSPHERE SOLAIRE.

Nous avons établi dans les chapitres qui précèdent quelle devait être l'expression de la loi d'assombrissement d'une radiation monochromatique à la surface d'une étoile, en laissant à la recherche de cette expression le maximum de généralité, et nous avons appliqué le résultat obtenu aux variations de l'intensité d'une radiation observées à la surface du soleil. Une représentation complète du rayonnement solaire exige que l'on connaisse en outre l'intensité relative des différentes radiations au moins en un point du disque; la connaissance de la loi d'assombrissement faisant alors connaître celle que l'on doit observer aux autres points.

Nous avons montré que les coefficients de la loi d'assombrissement sont liés aux coefficients d'émission et d'absorption par des relations en nombre insuffisant pour que l'on puisse déterminer le rapport qui existe entre les intensités des diverses radiations sans que l'on ait à faire de nouvelles hypothèses. Dans le cas du soleil, ce rapport peut être obtenu directement en étudiant le rayonnement en un point de sa surface.

Les mesures spectrophotométriques de ce rayonnement donnent des renseignements complets sur l'intensité relative des radiations, mais elles sont longues et comportent de nombreuses sources d'erreurs résultant principalement des variations de l'absorption subie par le rayonnement qui nous parvient à travers l'atmosphère terrestre. Le grand nombre de mesures qui en a été fait a permis de reconnaître que, si le rayonnement du soleil n'est pas celui d'un corps noir lorsque l'on considère toutes les radiations accessibles à l'expérience, il n'en diffère que très peu lorsque l'on ne considère qu'un domaine spécial restreint, celui des radiations visibles par exemple. On sait que dans ce domaine, les déterminations les plus récentes de la température de couleur au centre du disque solaire ont donné une température voisine 7500°K [38].

Cette circonstance rend possible la mesure directe de l'intensité relative de différentes radiations du spectre visible en un point quelconque du disque solaire, en comparant le rayonnement de ce point à celui d'un corps noir de température connue et variable à volonté. La température de couleur ainsi mesurée correspondra bien entendu au rayonnement global qui nous parvient du point considéré, y compris les raies d'absorption produites par les couches supérieures de l'atmosphère solaire et par l'atmosphère terrestre; elle ne sera donc comparable au résultat que donne les mesures faites hors des raies d'absorption que dans la mesure où l'influence de celles-ci peut être négligée.

L'avantage de la comparaison directe du rayonnement solaire à celui d'un corps noir tient à la rapidité des mesures, qui peuvent alors être faites un très grand nombre de fois en chaque point, ce qui permet d'éliminer les erreurs inévitables dues aux variations de transparence de l'atmosphère terrestre. Nous exposerons dans ce qui suit un dispositif que nous avons réalisé à l'Observatoire de Lyon ainsi que les résultats que nous avons obtenus.

I. - MESURE DE LA TEMPERATURE DE COULEUR EN DIFFERENTS POINTS DU DISQUE SOLAIRE.

La mesure a été faite en comparant la couleur des deux plages contigües d'un cube de Lummer éclairées l'une par la lumière venue d'un point du disque solaire et l'autre par celle d'une source de comparaison dont on connaît la température de couleur variable à volonté.

1. - Réalisation d'une source reproduisant le rayonnement d'un corps noir de température variable et connue. -

Pour obtenir une source de comparaison satisfaisant aux conditions demandées, nous nous sommes servis du dispositif décrit par PRIEST [39] sous le nom de "leucoscope", et qui utilise la dispersion rotatoire de la lumière polarisée dans les cristaux.

La source initiale est une lampe étalon à filament rectiligne de tungstène dans le vide; cette lampe, qui fonctionne normalement avec une intensité de 2,4 Ampères sous une tension de 4 Volts, est alimentée à résistance constante avec une batterie d'accumulateurs de 6 Volts à grande capacité, par l'intermédiaire du dispositif décrit par RIBAUD [40], et qui donne une température de couleur constante. La température de couleur de la lampe utilisée, déduite de sa température de brillance mesurée à plusieurs reprises à l'aide d'un pyromètre optique à disparition de filament Chauvin et Arnoux, était de 2700°K à 5° près.

La lumière émise par la lampe est filtrée par un dispositif formé de 2 lames de quartz taillées perpendiculairement à l'axe optique du cristal, intercalées entre 3 polariseurs (partie $N_1 - N_3$ de la figure 16). La rotation de l'une des polariseurs permet de modifier la composition spectrale du faisceau incident.

On montre facilement que, si le rayonnement du corps noir peut être représenté par la loi de Wien, la condition pour que le rayonnement initial soit transformé en rayonnement d'un corps noir à une autre température est que la modification apportée par le filtre soit proportionnelle à $1/\lambda$. Le rayonnement de la lampe en fonction de λ peut en effet être représenté par une expression de la forme : $I_{\lambda,t} = k \cdot \lambda^{-5} \cdot \exp(-C_2/\lambda t)$, k étant une constante convenablement choisie, t la température de couleur de la lampe et $C_2 = 14320$ degrés-microns. Si l'on représente par $K(\lambda)$ le coefficient d'absorption du filtre pour la radiation λ , la condition pour que le rayonnement émergent soit semblable à celui d'un corps noir de température $T^\circ K$ s'écrit :

$$k \cdot \lambda^{-5} \cdot \exp(-C_2/\lambda t) \cdot \exp(-K(\lambda)) \equiv k' \cdot \lambda^{-5} \cdot \exp(-C_2/\lambda T)$$

k' étant une nouvelle constante. Cette identité est satisfaite si $K(\lambda) = a + b/\lambda$, a et b étant deux constantes quelconques, et l'on a entre les températures t et T la relation :

$$C_2/t + b = C_2/T.$$

Dans le dispositif dont nous avons indiqué le schéma, si l'on désigne par φ et φ' les angles des plans de polarisation du 3ème et du 2ème polariseur avec celui du polariseur qui le précède immédiatement, et par α_λ l'angle dont tourne le plan de polarisation d'une radiation λ au cours de la traversée d'une lame de quartz d'épaisseur égale à l'unité, l'intensité transmise par les 2 lames d'épaisseur e et e' est donnée, aux pertes par réflexion et par absorption près, par :

$$(i/i_0)_\lambda = \frac{1}{2} \cdot \cos^2(e\alpha_\lambda - \varphi) \cdot \cos^2(e'\alpha_\lambda - \varphi');$$

le pouvoir rotatoire du quartz a été étudié par SORET et SARRAZIN [41], la rotation produite par une lame de 1 mm d'épaisseur est représentée avec une très bonne approximation par la formule indiquée par ces auteurs :

$$\alpha_\lambda = 0,1239/\lambda^2 + 0,00265/\lambda^4$$

α_λ étant exprimé en radians et λ en microns.

L'expression de l'affaiblissement produit par le système de lames de quartz et de polariseurs en fonction de λ diffère donc de l'expression : $\exp(-a - b/\lambda)$, et comme la précision des mesures dépend en grande partie de la précision avec laquelle l'appareil reproduit le rayonnement du corps noir à la température qui convient, nous avons recherché à quelle condition ces deux expressions sont équivalentes dans le domaine des radiations visibles, les coefficients a et b étant convenablement choisis. Nous avons montré [42] que, tant que l'épaisseur des lames reste au plus égale à 1 mm, l'affaiblissement sélectif subi par le rayonnement incident dans ce domaine de radiations s'écarte suffisamment peu de la loi en $\exp(-a - b/\lambda)$ pour que le rayonnement émergent reste semblable à celui d'un corps noir de température donnée avec une très bonne approximation : l'étude détaillée que nous avons faite de cet appareil nous a permis de dire avec quelle précision la courbe de luminosité du rayonnement émergent est semblable à celle de ce corps noir, en fonction de ses caractéristiques.

L'appareil que nous avons réalisé avec deux lames de quartz de 0,5 mm (exactement 0,49 et 0,48 mm) permet

avec une source de température au moins égale à 2500°K d'obtenir un faisceau émergent dont la répartition spectrale correspond à un corps noir de température pouvant atteindre 20.000°K , l'écart maximum de la courbe de luminosité du faisceau émergent par rapport à celle du corps noir ne dépassant pas 2% lorsqu'on l'emploie au voisinage de 6.000°K ; l'identité de couleur est alors très bonne.

2. - Dispositif expérimental. -

La source de comparaison ainsi réalisée a été installée au sidérostât de l'Observatoire de Lyon, dont l'objectif a un diamètre de 32 cm, et une longueur focale de 6,40 mètres. L'image du soleil dans son plan focal F a, en été, un diamètre de 56 mm environ. Le point du disque solaire dont on voulait étudier le rayonnement était isolé au moyen d'un écran métallique percé d'un trou de 0,1 mm de diamètre, placé dans le plan focal et sur l'axe de la lunette. Pour amener le point désiré du disque solaire, nous avons tracé sur l'écran une série d'échelles graduées de demi-centimètre en demi-centimètre, disposées suivant des rayons inclinés de $22^{\circ} 1/2$ les uns par rapport aux autres, et ayant toutes leur origine sur le trou; le centrage du point sur le trou se fait alors commodément en se servant de l'échelle parallèle au diamètre solaire sur lequel il se trouve, et de l'échelle qui lui est perpendiculaire.

La lumière issue du point isolé comme il vient d'être dit, est reprise par un objectif achromatique O_1 (voir le schéma du dispositif sur la figure 16). Cet objectif transforme le faisceau divergent en un faisceau de rayons parallèles, qui éclairent l'une des plages du cube de Lummer. L'autre plage est éclairée par

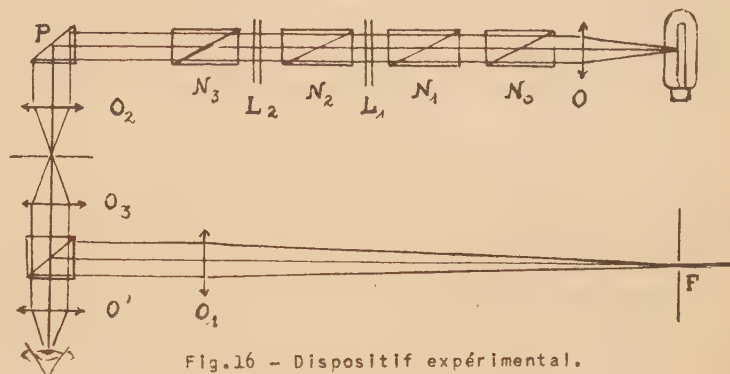


Fig. 16 - Dispositif expérimental.

le faisceau qui sort du leucoscope $N_1 N_2 N_3$, renvoyé sur le cube de Lummer par le prisme à réflexion totale P. Sur le trajet de ce 2^e faisceau, on a placé deux objectifs achromatiques O_2 et O_3 , qui forment un système afocal, dont le rôle est de donner une image réelle du filament de la lampe étalon; dans le plan de cette image nous avons fixé un diaphragme D constitué par une fente à ouverture symétrique montée en parallélogramme articulé aux quatre sommets, et que l'on peut ouvrir largement ou refermer très facilement au cours des mesures en agissant sur l'un des côtés ménagé en levier. Cette fente placée perpendiculairement au filament de la lampe constituait un système de gradation neutre destiné à réaliser l'égalité de brillance des deux plages du cube de Lummer, égalité qu'il est nécessaire d'obtenir si l'on veut faire de bonnes égalisations de couleurs. Un deuxième système de gradation neutre constitué par un nicol N_0 placé en avant du leucoscope avait été prévu sur l'appareil, nous n'avons pas eu à nous en servir pour les mesures faites sur le soleil.

Le schéma du dispositif, représenté sur la figure 16, diffère de celui que nous avons décrit à propos de la mesure de la température de couleur des étoiles [43] en ce que, l'étoile artificielle constituée par le trou de l'écran étant beaucoup plus brillante que les étoiles les plus brillantes, nous avons dû changer l'objectif O_1 pour réduire l'éclat de la plage correspondante : avec l'objectif choisi, le faisceau débordait largement le cube de Lummer, qui se trouvait entièrement éclairé.

3. - Conduite des mesures. -

Les mesures ont été faites au cours des journées les plus claires de l'été 1946, à une époque où l'inclinaison de l'axe de rotation du soleil sur le plan de l'écliptique, proche de son maximum, est voisine de 25° : le pôle nord se projetait alors sur le disque solaire à une distance du centre égale aux neuf dixièmes du rayon. Elles étaient commencées dès que la hauteur de l'astre était suffisante et poursuivies jusqu'après son passage au méridien, soit environ de 8 heures à 13 heures T.U. (sauf le 31 juillet, les mesures ayant été interrompues par la formation de légers cirrus).

Dans tout ce qui précède, nous avons admis que l'atmosphère solaire était formée de couches sphériques concentriques et uniformes, mais l'observation du disque solaire montre que celui-ci ne présente pas l'uniformité qui devrait résulter de cette hypothèse. Il faut donc penser qu'il existe une couche relativement mince dans laquelle la répartition admise n'est pas réalisée, et dans laquelle les phénomènes observés prennent naissance. Nous verrons que les perturbations que peut apporter cette couche aux variations de l'intensité le long d'un rayon solaire sont trop faibles pour être perçues avec la précision actuelle des mesures. Quant aux phénomènes

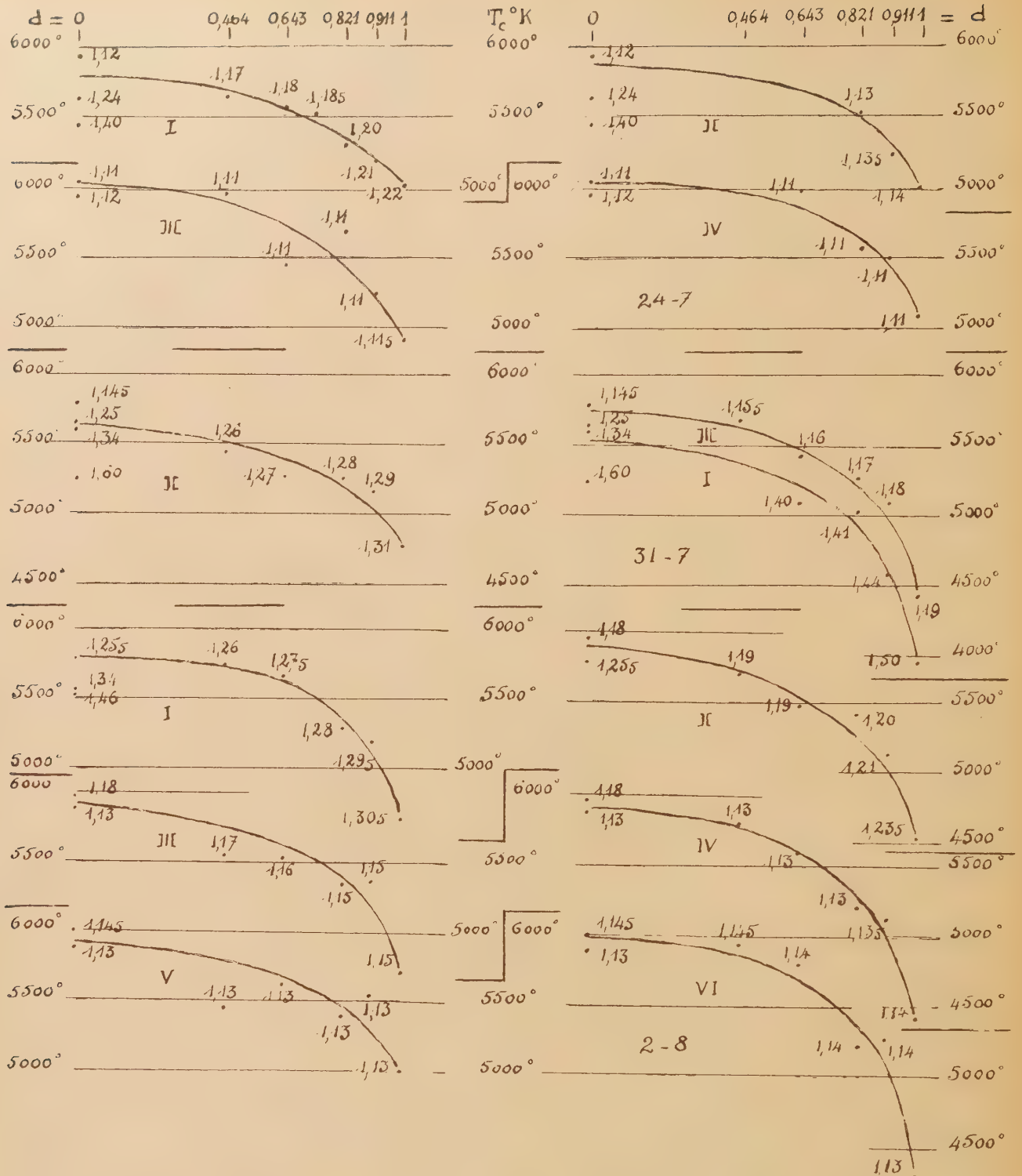


Fig.17 - Variation de la température de couleur apparente du soleil, (près de chaque point : valeur de la masse d'air au moment des mesures)
 - le long d'un rayon équatorial (courbes de gauche),
 - le long du rayon qui passait par le pôle nord (courbes de droite).

tions de la température de couleur apparente du soleil en fonction de M , et rendent par suite plus aléatoire l'extrapolation que l'on doit faire pour obtenir la température de couleur hors de l'atmosphère terrestre, il ne nous sera donc pas possible de donner une valeur très précise de cette température, seules les valeurs relatives d'un point à un autre seront déterminées avec une bonne précision.

5. - Variation de la température de couleur du centre au bord du disque solaire. -

Les mesures faites au centre du disque solaire permettent de suivre les variations de la température de couleur en ce point au cours de chaque journée d'observation pour des masses d'air qui varient de 1,1 à 1,5 ou 1,6. Pour les raisons que nous avons exposées ci-dessus, l'extrapolation jusqu'à la masse d'air nulle n'a pu être faite avec une grande précision, aussi ne pourrions-nous donner une valeur précise de cette température. Le résultat des extrapolations nous a toujours conduits à des valeurs comprises entre 7.000 et 8.000°K, valeurs en accord avec les températures de 7.000 à 7.500° habituellement admises. Dans ce qui suit, nous considérerons les valeurs 7.000, 7.500 et 8.000°, qui correspondent chaque jour à trois valeurs admissibles de l'absorption atmosphérique.

Le coefficient d'absorption étant connu, on calcule aisément la température de couleur en chaque point. Les résultats obtenus à partir des mesures faites le long du rayon équatorial, avec les valeurs extrêmes et la valeur moyenne du coefficient d'absorption sont les suivants :

Coefficient d'absorption atmosphérique :	$d = 0$ $T_c^{\circ}K$	0,464	0,643	0,821	0,911	1
1) maximum :	8.000°	7.780°	7.425°	7.050°	6.670°	6.100°
2) moyen :	7.500°	7.250°	7.000°	6.670°	6.325°	5.820°
3) minimum :	7.000°	6.790°	6.565°	6.280°	5.980°	5.520°

(Comme nous l'avons dit à propos des résultats donnés dans le tableau V, les valeurs au bord ne sont données qu'à titre indicatif).

6. - Comparaison avec les résultats du calcul - Variation de la température de couleur avec la profondeur. -

Nous avons calculé les variations de l'intensité de la radiation $0,5\mu$ avec la profondeur le long de l'axe du soleil (Cf. page 34). Ce calcul peut être refait pour toute autre radiation et en n'importe quel point du disque. On en déduira les variations du rapport bleu/rouge, c'est-à-dire de T_c à la surface et en profondeur.

A priori, nous devons nous attendre à ne pas retrouver à la surface exactement les mêmes variations que par la mesure directe : les variations déduites des mesures d'ABBOT par le calcul concernent en effet le rayonnement du fond continu, rayonnement mesuré en dehors des raies d'absorption; celles que nous obtenons par photométrie visuelle concernent le rayonnement tel que nous le recevons, avec ses raies d'absorption, rayonnement plus rouge que le précédent puisque les raies d'absorption sont plus nombreuses dans la partie bleue du spectre visible que dans la partie rouge.

Qualitativement, cette remarque ressort de la comparaison des résultats de mesures d'ABBOT et des nôtres: c'est ce que montre la figure 18, sur laquelle nous avons représenté, en fonction de λ , les variations de l'intensité relative des diverses radiations aux points considérés par ABBOT ($\sin \theta_0 = 0,2, 0,4, 0,55, 0,65, 0,75, 0,82, 0,875, 0,92$ et $0,95$) et par nous ($\sin \theta_0 = 0,464, 0,643, 0,821$ et $0,911$). Les pentes des premières courbes sont légèrement plus faibles que celles des dernières, ceci traduit bien un excès de rouge de ces dernières par rapport aux premières.

Nous avons fait le calcul de I/I_0 et déterminé chaque fois la précision obtenue, pour $\lambda\lambda 0,5$ et $0,6\mu$ en fonction de la profondeur optique moyenne $\bar{\tau}$, au centre du disque et aux points situés aux distances $d = 0,5$ et $0,75$ rayon solaire. Des variations ainsi obtenues, on déduit celles de $I_{0,5}/I_{0,6}$, et par suite celles de T_c le long de chaque rayon considéré, en adoptant au centre du disque la valeur 7.500°K:

Au centre, T_c reste voisine de 7.500° jusqu'à $\bar{\tau} = 1$, mais elle croît très rapidement au-delà de $\bar{\tau} = 5$, où elle atteint 10.000°. Au milieu du rayon, T_c reste voisine de 7.300° jusqu'à $\bar{\tau} = 0,5$, et atteint 8.500° à la profondeur $\bar{\tau} = 5$; au-delà elle croît sans doute rapidement, mais le calcul est alors peu précis. Au dernier point, T_c varie plus régulièrement de 6.900°, valeur à la surface, à 8.300° pour $\bar{\tau} = 4$, au-delà la valeur de T_c ne peut être obtenue avec précision.

A la surface, aux deux derniers points, les valeurs de T_c données par le calcul sont de 7.300 et de 6.900°K , avec une précision égale à $\pm 100^\circ$. Les valeurs correspondantes données par les mesures photométriques, que l'on peut lire sur les courbes II de la figure 19 (voir chapitre suivant), obtenues en prenant la valeur 7.500°K au centre (ce qui revient à négliger le blanketing en ce point) sont respectivement 7.225 et 6.820°K , valeurs légèrement inférieures aux précédentes, mais en bon accord avec les résultats du calcul.

Les résultats de nos mesures permettent encore de représenter l'intensité des radiations du spectre visible en fonction de λ et de θ : cette intensité est alors représentée par le produit de deux polynômes, un du 2^{ème} degré en $\cos\theta$, commun à toutes les radiations (facteur neutre), et l'autre du 1^{er} degré, dont les coefficients sont des fonctions de λ (facteur chromatique). Nous ferons connaître ailleurs la méthode employée et le résultat auquel on est conduit.

II. - TEMPÉRATURE DE COULEUR DES RÉGIONS ÉQUATORIALES ET POLAIRES DU DISQUE SOLAIRE.

Les mesures de la température de couleur du soleil décrites au chapitre précédent mettent en évidence une différence entre les régions équatoriales et polaires. Une telle différence entre ces régions a déjà été signalée par le P. SECCHI, qui trouve une différence entre les quantités d'énergie calorifique émises par ces régions [10]. PICKERING et LANGLEY trouvent aussi une légère différence, mais le premier ne peut conclure s'il s'agit d'une différence réelle ou simplement d'erreurs de mesures [44], tandis que le second trouve la différence si faible qu'il la rejette comme étant inférieure aux erreurs de mesures [45].

ALDRICH au Mont Wilson a tenté une comparaison de la variation de l'intensité d'une radiation le long de deux diamètres rectangulaires [46] : il ne trouve aucune différence appréciable, mais, sans donner d'indications sur la précision qu'il obtient, il signale que d'après la manière dont il opère, ses mesures le long du diamètre N-S sont moins précises que ses mesures le long du diamètre E-W, il n'est donc pas impossible qu'une faible différence lui ait échappé. Notons encore que le P. SECCHI fait observer à LANGLEY [47] que la différence a été observée au moment d'un maximum d'activité solaire, alors que les mesures faites par LANGLEY correspondent à un minimum, et qu'il est possible que la différence soit liée à l'activité solaire.

Nos mesures faites un peu avant le maximum de 1948 parlent en faveur d'une différence que nous nous proposons de préciser, de vérifier et de discuter dans ce qui suit.

1. - Différence de température de couleur des régions équatoriales et polaires du soleil. -

Pour préciser cette différence sans avoir à extrapoler les résultats obtenus et reproduits dans le tableau V, jusqu'à la valeur nulle de la masse d'air M , extrapolation délicate pour les raisons exposées au chapitre précédent, nous avons déterminé les valeurs de T_c que l'on aurait observées si M était restée constante et égale à 1,2, valeur comprise dans le domaine de variations de M de chaque journée d'observation. Les résultats sont les suivants :

T_c apparentes pour $M = 1,2$:	$d = 0$	0,464	0,643	0,821	0,911	1
Rayon équatorial. $T_c^\circ\text{K}$:	5.840	5.700	5.550	5.390	5.140	4.780 .
Rayon polaire..... :	5.840	5.700	5.550	5.275	5.000	4.420 .

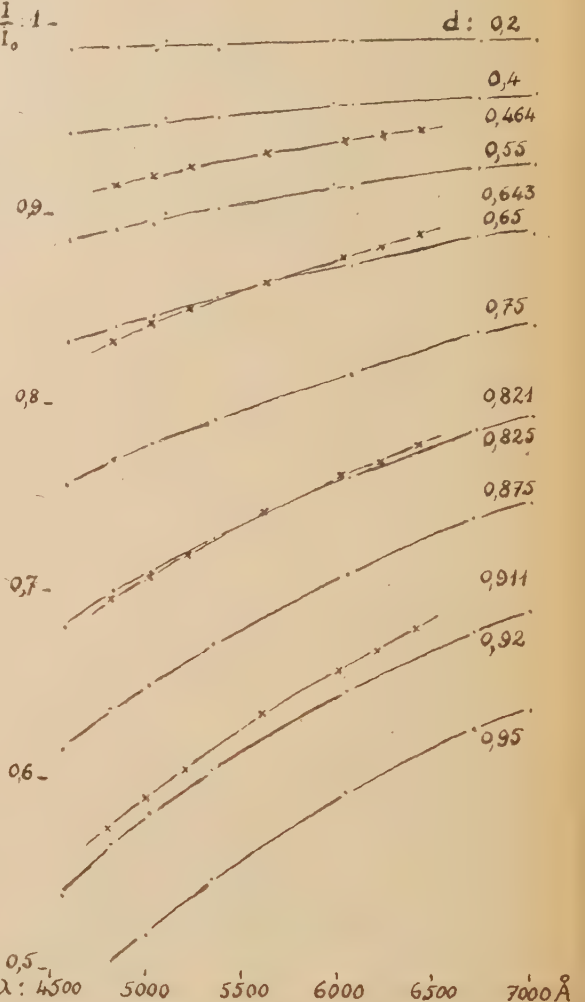


Fig. 18 - Variation de l'intensité relative des radiations du spectre visible en différents points du disque solaire : (d = distance des points au centre du disque)

(.) d'après les mesures d'ABBOT,
(x) d'après nos mesures.

Cette réduction des résultats a une même masse d'air montre que la différence de T_c le long des deux rayons apparaît lorsqu'on s'approche du bord à moins du tiers du rayon solaire. Etant donnée l'inclinaison de l'axe du soleil au moment des observations, cette portion du rayon correspond aux régions situées à une latitude supérieure à 65° . La courbe I de la figure 19 représente les résultats ci-dessus. La remarque faite après le tableau V reste valable : les valeurs au bord ne sont données qu'à titre indicatif; nous rappelons ce fait en traçant en trait discontinu les courbes obtenues au-delà du point d'abscisse $d = 0,911$.

Quant aux valeurs de T_c hors de l'atmosphère terrestre, nous les avons calculées comme il a été dit au chapitre précédent, pour les trois valeurs retenues de l'absorption atmosphérique. Ces valeurs sont les suivantes :

absorption	T_c °K	$d=0$	0,464	0,643	0,821	0,911	1
atmosph.							
1)Valeur	R. équar.	8.000	7.780	7.425	7.050	6.670	6.100
maximum	R. pol.	-	-	-	6.980	6.460	5.400
2)Valeur	R. équar.	7.500	7.250	7.000	6.670	6.325	5.820
moyenne	R. pol.	-	-	-	6.610	6.145	5.180
3)Valeur	R. équar.	7.000	6.790	6.565	6.280	5.980	5.520
minimum	R. pol.	-	-	-	6.225	5.820	4.950

Ces résultats sont représentés par les courbes II de la figure 19; quelle que soit la valeur adoptée pour l'absorption atmosphérique, la différence de T_c entre le pôle nord et le point correspondant de l'équateur (abscisse $d = 0,9$) atteint 150 à 200°.

2. - Vérification spectrophotométrique de la différence décelée. -

Les résultats des mesures de la température de couleur du soleil vu à travers une masse d'air $M = 1,2$ (Cf. paragraphe précédent et courbes I de la figure 19) font apparaître entre le pôle nord et le point de l'équateur situé à la même distance du bord une différence de température apparente de 100 à 150°, les températures respectives étant de 5.000 et 5.140°K environ. A cette variation de température correspond une augmentation du rapport bleu/rouge du rayonnement de l'ordre de 4%. Les mesures spectrophotométriques les plus précises pouvant être faites avec une précision de cet ordre de grandeur, nous avons essayé, sinon de la mesurer, du moins de la déceler par cette méthode.

- Observations -

Nous savons que les variations de la transparence de l'atmosphère terrestre peuvent facilement masquer la différence recherchée; il est nécessaire de prendre simultanément les spectres de la lumière émise par les deux points à comparer. Pour cela nous formons l'image du soleil sur un écran métallique placé dans le plan focal de la lunette du sidéostat. Sur cet écran ont été tracés deux cercles concentriques de 56 et 52 mm de diamètres. Le premier dont le diamètre est sensiblement égal à celui de l'image du soleil sert à centrer cette image. Deux trous de 0,2 mm de diamètre ont été percés aux extrémités de deux rayons rectangulaires du plus petit, donc à 2 mm du bord du disque solaire, ils servent à isoler les points dont on veut comparer le rayonnement. Deux petits prismes à réflexion totale, fixés derrière les deux trous, renvoient les faisceaux lumineux à analyser sur la fente du spectrographe, dans un plan perpendiculaire à l'axe de la lunette. Pour éviter que des diaphragmations variables avec le faisceau et avec la longueur d'onde ne viennent fausser les résultats, nous avons placé contre la fente un verre dépoli de telle sorte que chaque faisceau couvrait entièrement l'objectif du collimateur, et que les in-

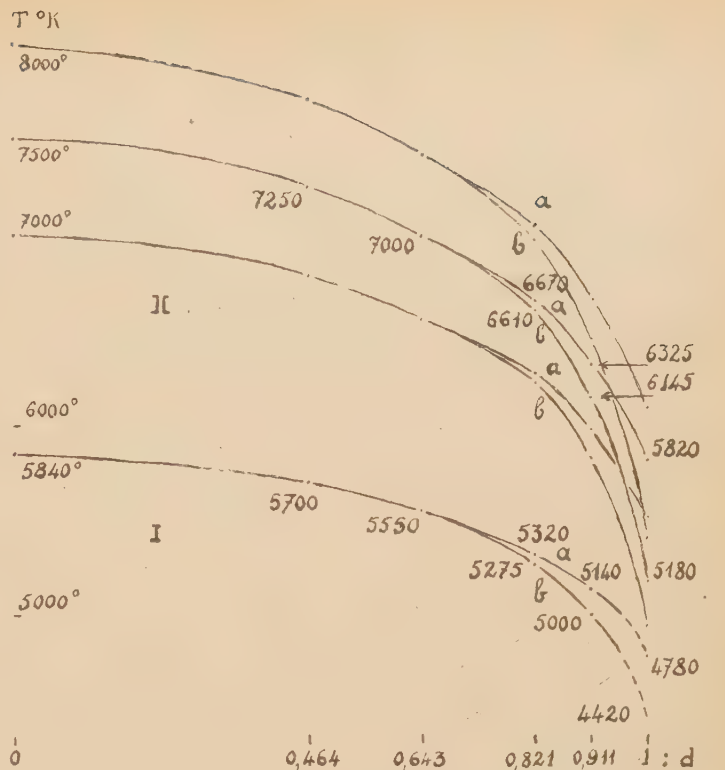


Fig.19 - Variation de la température de couleur T_c à la surface du disque solaire :

- I. - T_c apparente à travers une masse d'air moyenne $M = 1,2$;
- II. - T_c hors de l'atmosphère terrestre (T_c au centre étant prise égale à 7.000, 7.500 et 8.000°K);
 - a) le long du rayon équatorial,
 - b) le long du rayon qui passait par le pôle nord.

tensités d'une même radiation des différents spectres pouvaient être comparées sans précautions particulières. Enfin, comme il n'était pas possible d'obtenir deux faisceaux d'intensités rigoureusement égales, nous avons placé devant l'une des deux parties de la fente un écran neutre comportant trois échelons absorbants; la comparaison du spectre unique pouvait alors être faite avec les deux parties du spectre triple qui présentaient des densités voisines.

- Réduction des observations -

La courbe de noircissement des plaques photographiques pour une radiation donnée comporte, comme l'on sait, une partie rectiligne de pente variable avec la longueur d'onde. Les déviations du galvanomètre du microphotomètre enregistreur de Moll, utilisé pour étudier les spectres obtenus n'étant pas proportionnelles aux densités de la plaque, la courbe des déviations en fonction de l'intensité diffère de la courbe de noircissement, l'expérience montre cependant que pour des densités correspondant à des élongations comprises entre 40 et 80 mm (l'élongation étant de 110 à 120 mm pour le fond clair de la plaque), la courbe des déviations est elle aussi pratiquement rectiligne (Cf. figure 20).

Nous nous imposerons donc de ne comparer que des noircissements correspondant à des élongations de 40 à 80 mm, afin d'obtenir une comparaison correcte des intensités d'une même radiation des deux faisceaux.

Si l'on désigne par e_1 , e'_1 et par e les élongations du galvanomètre pour une radiation de grande longueur d'onde respectivement pour les deux spectres retenus du 1^{er} faisceau et pour le spectre du 2^{ème} faisceau (e_1 , e'_1 et e étant compris entre 40 et 80 mm), et par a , $k.a$ et $k'.a$ les intensités correspondantes (dans une échelle arbitraire), la courbe de la figure 20 montre qu'il y a proportionnalité entre les quantités $k' - 1$ et $k - 1$ d'une part et $e - e_1$ et $e'_1 - e_1$ d'autre part.

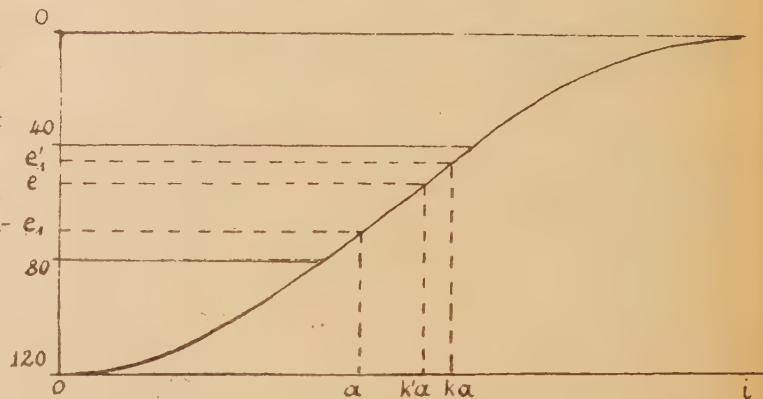


Fig.20 - Relation entre les élongations et les intensités.

Pour une radiation de courte longueur d'onde, les élongations étant e_2 , e'_2 et e' , et les intensités a' , $k.a'$ (avec le même coefficient k puisque le filtre est neutre) et $k''.a'$, nous aurons de même proportionnalité entre $k'' - 1$ et $k - 1$ d'une part et $e'_2 - e_2$ d'autre part.

La comparaison des élongations du galvanomètre permet donc de déterminer le rapport $(k'' - 1)/(k' - 1)$, et par suite de dire si k'' est plus grand ou plus petit que k' , or la valeur du rapport bleu/rouge des deux faisceaux est respectivement a'/a et $k''.a'/k'.a$, et suivant que k''/k' est plus grand ou plus petit que 1, la température de couleur du 2^{ème} faisceau est elle-même plus grande ou plus petite que celle du 1^{er}.

- Résultats -

Dans les expériences qui ont été faites, l'échelon gradué était placé sur le faisceau polaire. Parmi les spectres qui ont été pris au cours du mois de septembre 1947, nous avons sélectionné ceux qui répondaient aux conditions de noircissement désirées. Les deux meilleurs spectres pris dans des conditions différentes, les 10 et le 11 septembre, et mesurés pour une radiation vert-jaune (J) et une radiation violette (V), ont donné les élongations suivantes :

		faisceau polaire		faisceau équatorial
		1	2	
1 ^{er} cliché	J :	$e_1 = 77$	$e'_1 = 46$	$e = 41$
	V :	$e_2 = 73$	$e'_2 = 49$	$e' = 39,5$
2 ^{ème} cliché	J :	$e_1 = 57$	$e'_1 = 42$	$e = 76$
	V :	$e_2 = 50$	$e'_2 = 42,5$	$e' = 58$

Sur le 1^{er} cliché le faisceau équatorial était le plus intense (k' et $k'' > k > 1$), et l'on a :

$$\frac{k' - 1}{k - 1} = \frac{e_1 - e}{e_1 - e'_1} = \frac{36}{31} \quad \text{et} \quad \frac{k'' - 1}{k - 1} = \frac{e_2 - e'}{e_2 - e'_2} = \frac{38,5}{29}$$

$$\text{d'où :} \quad \frac{k'' - 1}{k' - 1} = \frac{38,5}{36} \times \frac{31}{29} = 1,14 > 1 \quad \text{soit :} \quad \frac{k''}{k'} > 1$$

Sur le deuxième cliché au contraire le faisceau équatorial était le moins intense ($k > 1 > k'$ et $k'' > 0$), et l'on a :

$$\frac{1 - k'}{k - 1} = \frac{e - e_1}{e_1 - e'_1} = \frac{19}{15} \quad \text{et} \quad \frac{1 - k''}{k - 1} = \frac{e' - e_2}{e_2 - e'_2} = \frac{8}{7,5}$$

d'où :

$$\frac{1 - k''}{1 - k'} = \frac{8}{19} \times \frac{15}{7,5} = 0,84 < 1, \text{ soit encore } \frac{k''}{k'} > 1$$

Dans les deux cas, le rapport bleu/rouge du faisceau équatorial est supérieur à celui du faisceau polaire, ce qui traduit bien la différence de température de couleur indiquée par les mesures colorimétriques. Les mesures spectrophotométriques faites à l'aide du microphotomètre de Moll ne se prêtent toutefois pas à des évaluations précises de la variation de T_c . Dans le premier cas, $(k'' - 1)/(k' - 1) = 1,14$ n'est obtenu qu'à $\pm 0,07$ près, la variation par rapport à l'unité n'est donc connue qu'à 50% près. Dans le deuxième cas, $(1 - k'')/(1 - k') = 0,84$ n'est obtenu qu'à $\pm 0,15$ près, la variation dans ce cas n'est donc connue qu'à 95% près.

3. - Discussion des résultats. -

Les variations de la réfraction et de l'absorption par l'atmosphère terrestre avec la longueur d'onde ont-elles pu modifier sensiblement la différence trouvée? Il ne semble pas car, après réduction des mesures colorimétriques, nous n'avons pas observé de différences plus fortes aux grandes distances zénithales qu'aux petites. Remarquons d'ailleurs que la considération de ces perturbations conduirait à augmenter la différence observée sur le pôle nord, puisque l'atmosphère terrestre est plus réfringente et plus absorbante pour les radiations de courtes λ .

Pour vérifier que l'on peut effectivement négliger l'influence de ces perturbations, la méthode la plus simple consiste à refaire la comparaison pôle-équateur sur le pôle sud : sur ce pôle, cette influence s'exerce en effet dans le sens opposé; le pôle sud du soleil se projetant sur le disque solaire au début de janvier, époque à laquelle la hauteur du soleil reste sensiblement plus faible qu'en été, elle sera d'ailleurs renforcée et apparaîtra ainsi plus facilement. Par contre, la différence de T_c entre le pôle et l'équateur proprement dite sera plus difficile à observer puisque les températures de couleur apparentes des points du disque solaire sont plus faibles ainsi que leur différence. Nous avons vu que la précision donnée par la méthode spectrophotométrique était juste suffisante pour mettre en évidence la différence du rapport bleu/rouge aux deux points considérés en été; si l'influence de la réfraction et de l'absorption par l'atmosphère terrestre est bien négligeable, il est alors à craindre que la différence cherchée ne puisse apparaître.

Nous avons néanmoins entrepris la comparaison de la température de couleur du pôle sud et de l'équateur par la méthode spectrographique en janvier 1950, l'état du ciel n'a permis de prendre des clichés qu'au début de Février, la distance du pôle au bord du disque étant alors voisine de son maximum, sans être maximum. La comparaison des faisceaux polaire et équatorial, faite comme il a été dit au paragraphe 2, ne nous a conduit à aucune différence observable.

Cette observation montre bien que, si la réfraction et l'absorption par l'atmosphère terrestre ont pu avoir une influence sur la grandeur de la différence observée précédemment, cette influence est très petite. La précision médiocre donnée par la méthode spectrographique et la plus grande distance zénithale du soleil à cette époque ne permettent cependant pas d'affirmer que la différence de T_c existait où n'existait pas dans ce dernier cas.

Une interprétation très simple de la différence observée est suggérée par la théorie de BJERKNES : les mouvements tourbillonnaires qui, d'après cette théorie, donnent naissance aux taches solaires, en amenant à la surface de la matière venue de couches plus profondes, produiraient un réchauffement des zones où ils ont lieu, de chaque côté de l'équateur. Ce réchauffement débordant d'ailleurs des zones royales pour s'étendre jusqu'à la latitude 65° .

Mais cette interprétation conduit à une conclusion en contradiction avec la théorie d'EMDEN, d'après laquelle la température des régions polaires serait supérieure à celle des régions équatoriales (Cf. [49]). Notre observation est-elle en contradiction avec la théorie d'EMDEN? Nous ne le pensons pas. La température de couleur en un point situé près du bord du disque solaire est liée en effet à l'assombrissement le long du rayon correspondant, et nous avons vu en détail dans la 2ème partie quelle était l'influence des variations de la fonction-source avec la profondeur; or d'observations très délicates faites à Arcetri, à Catane et à Madrid sur une différence d'altitude de la chromosphère aux pôles et à l'équateur, il ressort que l'atmosphère solaire n'est pas parfaitement sphérique, l'altitude de la chromosphère étant plus élevée au pôle qu'à l'équateur (Cf. [50]). A cet écart des couches sur la répartition sphérique correspondent des variations de la fonction-source et par suite de l'assombrissement, il est alors possible que, même dans le cas d'une variation de la température dans le sens indiqué par la théorie d'EMDEN, la température de couleur au pôle soit finalement plus basse, par suite de la variation simultanée de l'assombrissement.

CONCLUSIONS

Nous avons montré qu'il était possible de donner une expression de l'assombrissement à la surface d'une masse gazeuse formée de couches sphériques concentriques, en laissant au problème une très grande généralité; cette expression peut être appliquée à une atmosphère stellaire d'épaisseur quelconque. Elle fournit en outre des relations entre les coefficients des expressions qui représentent les variations des coefficients d'émission et d'absorption de cette atmosphère.

L'étude de l'influence de la courbure des couches d'une atmosphère et de la réfraction des rayons lumineux dans cette atmosphère fait connaître de quelle façon s'exerce cette influence dans le cas général et quel est le rôle des facteurs qui interviennent (épaisseur relative des couches profondes et supérieures, rapidité des variations de la fonction-source). Les résultats appliqués à l'atmosphère solaire montrent que l'influence de la courbure des couches n'est pas négligeable, même dans le cas des radiations visibles, pour lesquelles l'épaisseur de la photosphère est cependant très faible.

Nous avons mis en évidence un déplacement des couches qui forment la photosphère vers les couches extérieures, de faibles profondeurs optiques, dont l'épaisseur croît rapidement, lorsque l'on considère des radiations de longueurs d'onde croissantes. Les premières observations sur ondes radioélectriques prolongent ce résultat jusque dans ce domaine de radiations : les couches responsables de ces émissions, situées au-dessus de la "photosphère" définie en lumière visible, s'étendent alors jusqu'à une distance de celle-ci égale au diamètre solaire environ; pour ces radiations l'atmosphère solaire est une atmosphère épaisse à laquelle s'applique nos résultats. La courbure des couches modifie l'assombrissement de ces radiations d'une manière sensible, il est nécessaire d'en tenir compte, que l'on veuille utiliser les résultats de mesures pour déterminer les propriétés des hautes couches de l'atmosphère solaire, ou déduire les variations d'intensité que l'on doit observer à partir d'un modèle d'atmosphère déterminé.

Même appliquée aux radiations du spectre visible, l'expression de la loi d'assombrissement obtenue à la surface d'une atmosphère épaisse conduit à une légère amélioration de la représentation de l'assombrissement observé à la surface du soleil. Elle réduit les résidus laissés par les représentations antérieures sur la partie centrale du disque, et fait ainsi apparaître l'intérêt qu'il y aurait à resserrer les points d'observation dans cette région, que l'on considère habituellement comme suffisamment bien connue, pour accroître la précision de la représentation. Elle montre enfin qu'il est nécessaire de corriger les solutions antérieures de l'influence de la courbure des couches.

La considération de cette influence entraîne une diminution sensible de la température superficielle du soleil par rapport à la valeur que l'on déduit des résultats de mesures de l'assombrissement non corrigés. Elle entraîne une modification des variations de $B(\tau)$ et de la température dans les couches supérieures de l'atmosphère, ces quantités passant alors par un maximum pour $\tau = 0,05 - 0,1$ et par un minimum pour $\tau = 0,3 - 0,4$. La diminution de la température superficielle est en très bon accord avec les résultats que donnent d'autres observations. Les modifications de $B(\tau)$ sont à rapprocher des modifications en "dent de scie" apportées par UNSÖLD à cette grandeur entre la surface et $\tau = 0,2$.

Ainsi la seule considération de la courbure des couches de l'atmosphère solaire permet d'expliquer les désaccords et les insuffisances des résultats auxquels conduit l'étude de l'assombrissement des radiations monochromatiques à la surface du soleil, quand on néglige cette courbure. L'existence de la courbure des couches ne pouvant être mise en doute, il est nécessaire d'en tenir compte si l'on veut déterminer l'importance de phénomènes secondaires susceptibles eux aussi d'influer sur le rayonnement d'une atmosphère et que nous n'avons pas examinés ici. En négligeant la courbure des couches on serait amené à les surestimer.

D'après nos résultats de la 2^{ème} partie, il est clair que l'intensité que l'on obtiendra directement au bord du disque solaire (au cours d'éclipses par exemple) devra être corrigée non seulement de l'effet de la courbure des couches mais encore de l'effet de la réfraction des rayons lumineux. Remarquons enfin que ces phénomènes en réduisant l'assombrissement au bord tendent tous deux à augmenter la netteté du bord du disque solaire. Nous avons signalé un effet dans le même sens - mais tout différent - de la réfraction, lorsque nous avons déterminé la trajectoire des rayons lumineux dans l'atmosphère solaire [30].

Nos mesures de la température de couleur à la surface du soleil faites visuellement à l'aide d'un appareil utilisant la dispersion rotatoire du quartz et vérifiées par des observations spectrophotométriques, ont mis en évidence une différence de température de couleur entre les régions équatoriales et polaires. Cette différence trahit une légère variation de l'assombrissement avec le diamètre choisi, et par suite un léger écart sur la répartition de l'atmosphère solaire en couches sphériques.

BIBLIOGRAPHIE

Abréviations utilisées :

Ann. Astroph.	= Annales d'Astrophysique.
Ap. J.	= Astrophysical Journal.
B.A.N.	= Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands.
C.R.Ac. des Sc	= Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences.
M.N. of the R.A.S.	= Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.

1. - A. SCHUSTER, Ap. J. 16 (1902) p.320.
2. - K. SCHWARZSCHILD, Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen (1906) p.41.
3. - AS. EDDINGTON, M.N. of the R.A.S. 77 (1916 et 17) p.16 et 596.
4. - JH. JEANS, M.N. of the R.A.S. 78 (1917) p.28.
5. - B. LINBLAD, Upsala Universitets Arsskrift (1920) p.1.
6. - EA. MILNE, M. N. of the R.A.S. 81 (1921) p.361.
7. - MA. KOSIREV, M.N. of the R.A.S. 94 (1934) P.430.
8. - R. LUNDBLAD, Ap. J. 58 (1923) p.113.
9. - S. CHANDRASEKHAR, M.N. of the R.A.S. 94 (1934) p.444;
Ap. J. 99 (1944) p.180; 100 (1944) p.76, 117 et 305; 101 (1945) p.95; etc.
10. - P. SECCHI, C.R. Ac. des Sc. 34 (1852) p.643 et 883.
11. - HC. VOGEL, Sitzungsberichte der berliner Akademie (1871 et 77).
12. - F. VERY, Ap. J. 16 (1902) p.73.
13. - K. SCHWARZSCHILD et W. VILLIGER, Ap. J. 23 (1906) p.284.
14. - CG. ABBOT, FE. FOWLE et L.B. ALDRICH, Annals of the Astrophysical Observatory of the Smithsonian Institution 3 (1913) p.153 et 4 (1922) p.217.
15. - WJH. MOLL, HC. BURGER et J. VAN DER BILT, B.A.N. 3, n°91 (1925) p.83.
16. - H. RAUDENBUSCH, Astronomische Nachrichten 266 (1938) p.301.
17. - R. CANAVAGGIA et D. CHALONGE, Ann. Astrph. 9 (1946) p.143.
18. - R. PEYTURAUX, C.R.Ac. des Sc. 230 (1950) p.368.
19. - A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären. J. Springer, Berlin (1938).
20. - E. HERTZSPRUNG, B.A.N. 8, n°296 (1937) p°140.
21. - IW. BUSBRIDGE, M.N. of the R.A.S. 101 (1946) p.26.
22. - D. CHALONGE et V. KOURGANOFF, Ann. Astroph. 9 (1946) p.69.
23. - D. BARBIER, Ann. Astroph. 9 (1946) p.173.
24. - A. UNSÖLD, Zeitschrift für Naturforschung 3a (1948) p.486.
25. - V. KOURGANOFF, C.R.Ac. des Sc. 228 (1949) p.2011.
26. - A. UNSÖLD, Annalen der Physik 3 (1948) p.124.
27. - M. WALDMEIER, Einführung in die Astrophysik. Birkhäuser, Bâle (1948) p.138.
28. - M. MINNAERT, B.A.N. 10, n°389 (1948) p.339.
29. - D. BARBIER, Ann. Astroph. 9 (1946) p.173.
C. DE JAGER, Koninklijke Nederlandsche Akademie van Wetenschappen, Proceedings 51 (1948) p.731.
30. - P. PROISY, Ann. Astroph. 12 (1949) p.123.
31. - A. ROSA, Zeitschrift für Astrophysik 25 (1948) p.1.
32. - P. PROISY, C.R.Ac. des Sc. 224 (1947) p.1334.
33. - P. PROISY, C.R.Ac. des Sc. 229 (1949) p.467.
34. - DS. EVANS, M.N. of the R.A.S. 107 (1947) p.433.
35. - S. CHANDRASEKHAR, M.N. of the R.A.S. 96 (1935) p.21.
36. - A. UNSÖLD, Zeitschrift für Astrophysik 22 (1944) p.356.
37. - G. MÜNCH, Ap. J. 104 (1946) p.87
38. - R. CANAVAGGIA et D. CHALONGE, C.R.Ac. des Sc. 223 (1946) p.132.

- 39. - IG. PRIEST, Scientific Papers of the Bureau of Standards 18 (1922) p^o443; et Journal of the Optical Society of America 7 (1923) p.1175.
 - 40. - G. RIBAUD, Traité de Pyrométrie Optique (1931) p^o335.
 - 41. - SORET et SARRAZIN, Archives des Sciences Physiques et Naturelles (Genève) VIII (1882) p^o5, 97 et 201.
 - 42. - P. PROISY et J. GAUZIT, Revue d'Optique 26 (1947) p.1;
Publications de l'Observatoire de Lyon 3 (1946) n^o18.
 - 43. - J. GAUZIT et P. PROISY, Ann. Astroph. 11 (1948) p^o137;
Publications de l'Observatoire de Lyon 4 (1948) n^o28.
 - 44. - PICKERING, Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences 10 (1874) p.428.
 - 45. - LANGLEY, C.R.Ac. des Sc. 80 (1875) p.819; et 81 (1875) p.436.
 - 46. - CG. ABBOT, FE. FOWLE, et LB. ALDRICH, Annals of the Astrophysical Observatory of the Smithsonian Institution 4 (1922) p.254.
 - 47. - P. SECCHI, C.R.Ac. des Sc. 80 (1875) p.1277.
 - 48. - P. PROISY et J. GAUZIT, C.R.Ac. des Sc. 223 (1946) p.852;
Comité National Français d'Astronomie - Réunions d'octobre 1946 - Communications et Mémoires p.59.
 - 49. - Handbuch der Astrophysik IV p.221. J. Springer, Berlin 1929.
 - 50. - Osservazioni e Memorie del R. Osservatorio Astrofisico di Arcetri 40 (1923) et suivants.
-

TABLE DES MATIERES

Sommaire.....	1
Introduction	2
Première Partie. -	
Recherche d'une expression de la loi d'assombrissement à la surface d'une atmosphère sphérique, en fonction des coefficients d'émission et d'absorption..	5
I. -Equations générales de la variation de l'intensité d'une radiation monochromatique à l'intérieur d'une atmosphère formée de couches sphériques concentriques.....	6
II.- Expression générale de la loi d'assombrissement d'une radiation monochromatique à la surface d'une masse gazeuse formée de couches sphériques concentriques.....	9
III.- Discussion des résultats	13
IV.- L'assombrissement à la surface du disque solaire	14
Deuxième Partie. -	
Influence de la courbure des couches d'une atmosphère sphérique et de la réfraction des rayons lumineux dans cette atmosphère sur son rayonnement. Application au cas de l'atmosphère solaire.....	18
I.- Influence de la courbure des couches d'une atmosphère sphérique sur son rayonnement.....	18
II.- Influence de la réfraction des rayons lumineux sur l'intensité d'une radiation monochromatique.....	26
III.- La courbure des couches de l'atmosphère solaire et ses conséquences sur les variations de la fonction-source et sur l'estimation des températures dans cette atmosphère....	28
IV.- Discussion.....	33
Troisième Partie. -	
L'intensité relative des radiations du spectre visible à la surface de l'atmosphère solaire.....	35
I.- Mesure de la température de couleur en différents points du disque solaire.....	35
II.- Températures de couleur des régions équatoriales et polaires du disque solaire.....	
Conclusions	46
Bibliographie	48
Table des chapitres	50

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté :

ETUDE DU SPECTRE DE L'AMMONIAC

d'après les observations faites au Laboratoire
et l'étude des spectres de comètes.

Lu et accepté :

Les Membres du Jury

G. DEJARDIN

J. DUFAY,

J. JANIN.

Vu et approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

R. DOUIN.

Vu et permis d'imprimer : le 26 Novembre 1953.

Le Recteur, Président du Conseil de l'Université.

A. ALLIX.

Imprimerie Louis-JEAN - GAP

